grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: **2021**

**اختبار في مادة: الرياضيات** — **المدة: 03 سا و30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: ( 04 نقاط )

المتتالية العددية $(u_n)$ معرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ بـِ: $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$

**1)** أ . احسب الحدود $u_0$ ، $u_1$ و $u_2$

**ب.** تَحقَّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$

**جـ.** استنتج اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

**2)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ نضع: $v_n = u_n - 1$

أ . احسب $v_0$ ثمّ اكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$

**ب.** بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسيّة أساسها $\frac{1}{4}$

**3)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ وَ $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

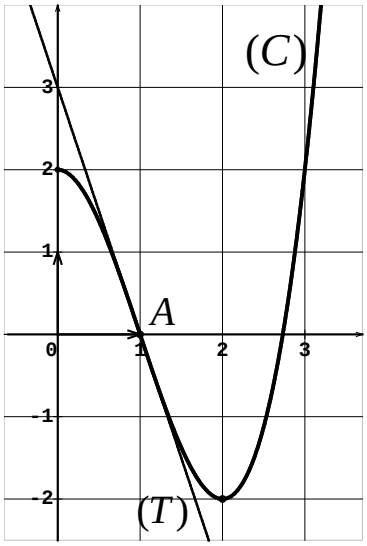
أ . احسب بدلالة $n$ عبارة $S_n$

**ب.** استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $S'_n = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

الدّالة العددية $g$ معرّفة على $]0;+\infty[$ بتمثيلها البياني $(C)$

$(T)$ المماس للمنحنى $(C)$ في النّقطة $A(1;0)$ ( الشّكل المقابل )




**أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية :**

**1)** العددان $g(2)$ و $g(3)$ مختلفان في الإشارة.

**2)** من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;2[$ : $g'(x) > 0$

**3)** معامل توجيه المماس $(T)$ يساوي: $-3$

**4)** كلّ دالة أصلية $G$ للدّالة $g$ على $]0;+\infty[$ متزايدة تماما على $]0;2[$



www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



**التمرين الثالث: ( 04 نقاط )**

**لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.**

**1)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-2x+1}{1+x+x^2}\right)$ هي:

أ) $0$ ب) $-2$ جـ) $1$

**2)** عبارة الحدّ العام للمتتالية الحسابية $(u_n)$ المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأوّل 2 و أساسها $\frac{1}{2}$ هي:

أ) $2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ب) $2+\frac{1}{2}n$ جـ) $2+\left(\frac{1}{2}\right)^n$

**3)** الدّالة العددية $h$ معرّفة على $]0;+\infty[$ بِـ: $h(x)=2x-1+\dfrac{3}{x}$ ، تمثيلها البياني $(C)$ في مستو منسوب إلى معلم يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته هي:

أ) $y=2x-1$ ب) $y=2x$ جـ) $y=2x+1$

**4)** الدّالة العددية $g$ معرّفة على $]0;+\infty[$ بِـ: $g(x)=2x+1-\dfrac{1}{x^2}$

دالتها الأصلية $G$ على $]0;+\infty[$ التي تنعدم من أجل القيمة 1 معرّفة بِـ:

أ) $G(x)=x^2+x-\dfrac{1}{x}$ ب) $G(x)=x^2+x-1-\dfrac{1}{x}$ جـ) $G(x)=x^2+x+\dfrac{1}{x}-3$

**التمرين الرابع: ( 08 نقاط )**

الدّالة العددية $f$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+1}$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** أ . بيّن أنّ $f$ دالة زوجية.

**ب.** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسّر النّتيجتين هندسيا.

**جـ.** ادرس وضعية $(C)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=1$

**2)** أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=\dfrac{10x}{(x^2+1)^2}$ .

**ب.** استنتج أنّ $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** أ . اكتب معادلة للمماس $(T)$ للمنحنى $(C)$ في النّقطة التي فاصلتها 2

**ب.** جِدْ إحداثيات نقطتي تقاطع $(C)$ مع حامل محور الفواصل.

**4)** ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ و $(C)$

**5)** الدّالة العددية $g$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $g(x)=\dfrac{|x^2-4|}{x^2+1}$ ، $(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . بيّن أنّ: من أجل كلّ $x$ من $]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$ ، $g(x)=f(x)$

و من أجل كلّ $x$ من $[-2;2]$ : $g(x)=-f(x)$

**ب.** شكّل جدول تغيّرات الدالة $g$

**انتهى الموضوع الأول**



www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 04 نقاط )

المتتالية العددية $(u_n)$ معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $u_0$ حيث: $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

**1)** أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$

**ب.** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

**جـ.** استنتج اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

**2)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ نضع: $v_n = u_n - 3$

أ . احسب $v_0$ ثمّ اكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$

**ب.** بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$

**3)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أ . احسب بدلالة $n$ عبارة $S_n$

**ب.** استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $S'_n = 3n + 6 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

الدّالة العددية $f$ معرّفة على $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$ بجدول تغيّراتها المقابل.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ $\|\|$ $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

$(C)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

**أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية:**

**1)** $y = -1$ هي معادلة للمستقيم المقارب للمنحنى $(C)$ عند $+\infty$

**2)** معامل توجيه المماس $(T)$ للمنحنى $(C)$ في النقطة $A$ ذات الفاصلة $1$ يساوي $0$

**3)** النقطة $B(3\,;1)$ تنتمي إلى $(C)$

**4)** $f(1442) < f(2021)$

### التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

**لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.**

**1)** الدّالة العددية $f$ المعرّفة على $]-2\,;+\infty[$ بِـ: $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ ، دالتها المشتقة $f'$ معرّفة بِـ:

أ) $f'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$ ب) $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$ جـ) $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$



www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



**2)** الدّالة العددية $g$ معرّفة على المجال $]2;+\infty[$ بِـ: $g(x)=1+\dfrac{3}{x-2}$

و $(C_g)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

معادلة المماس لِـ $(C_g)$ في النّقطة ذات الفاصلة 3 هي:

أ) $y=3x-5$ ب) $y=-3x+13$ جـ) $y=-3x+5$

**3)** $a$ عدد حقيقي، الأعداد $a$ ، $a+2$ ، $a+6$ بهذا الترتيب هي حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

أ) $a=2$ ب) $a=-2$ جـ) $a=4$

4) المتتالية الحسابية $(v_n)$ معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=2n+1$ ، نضع: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ المجموع $S_n$ يساوي:

أ) $n^2$ ب) $(n+1)^2$ جـ) $\dfrac{n(n+1)}{2}$

**التمرين الرابع: ( 08 نقاط )**

الدّالة العددية $f$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=\dfrac{x^2-x+4}{x^2+x+2}$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( **الوحدة** $2cm$ )

**1)** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّر النّتيجتين هندسيا.

**2)** من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}$ نضع: $g(x)=f(x)-1$

أ . ادرس حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$

**ب.** استنتج وضعية $(C)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=1$

**3)** أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=\dfrac{2(x+1)(x-3)}{\left(x^2+x+2\right)^2}$

**ب.** بيّن أنّ $f$ متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1;3]$

**جـ.** شكّل جدول تغيّرات الدّالة $f$

**4)** أ . اكتب معادلة لِـ $(T)$ مماس المنحنى $(C)$ في النّقطة التي فاصلتها 1

**ب.** تَحقَّق أنّ $(T)$ يقطع $(C)$ في النّقطة $A(-2;\frac{5}{2})$

**5)** ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ و $(C)$

**6)** $h$ الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $h(x)=\dfrac{x^2-|x|+4}{x^2+|x|+2}$ ، $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ . بيّن أنّ الدّالة $h$ زوجية.

**ب.** تَحقَّق أنّه من أجل كل $x$ من المجال $[0;+\infty[$ : $h(x)=f(x)$

**جـ.** اشرح كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C)$ و ارسمه.

**انتهى الموضوع الثاني**



www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



| عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: ( 04 نقاط )** | | |
| **1)** أ . حساب: $u_0$ ، $u_1$ و $u_2$ | **0,25x3** | **01,75** |
| **ب.** التَحقّق أنّ : $u_{n+1}-u_n=-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ | **0.50** | |
| **جـ.** $(u_n)$ متناقصة تماما. | **0.50** | |
| **2)** أ . $v_0=2$ | **0,25** | **01,25** |
| عبارة $v_n$ بدلالة $n$ : $v_n=2\left(\frac{1}{4}\right)^n$ | **0,50** | |
| **ب** $(v_n)$ متتالية هندسيّة أساسها $\frac{1}{4}$ : $v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n$ | **0 ,50** | |
| **3)** أ . $S_n=\frac{8}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$ | **0.75** | **01.00** |
| **ب.** $S'_n=S_n+n+1=n+\frac{11}{3}-\frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$ | **0.25** | |
| **التمرين الثاني: ( 04 نقاط )** | | |
| **1)** صح ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **2)** خطأ ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **3)** صح ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **4)** خطأ ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **التمرين الثالث: ( 04 نقاط )** | | |
| **1)** الجواب الصحيح **أ)** ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **2)** الجواب الصحيح **ب)** ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **3)** الجواب الصحيح **أ)** ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **4)** الجواب الصحيح **جـ)** ، التبرير. | **0,50x2** | **01,00** |
| **التمرين الرابع: ( 08 نقاط )** | | |
| **1)** أ . $f$ دالة زوجية | **0.50** | **02.50** |
| **ب.** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ | **0,50x2** | |
| المستقيم ذو المعادلة : $y=1$ مقارب لـ $(C)$ | **0,25** | |
| **جـ.** لدينا: من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f(x)-1=-\frac{5}{x^2+1}$ | **0,50** | |
| و منه $(C)$ أسفل $(\Delta)$ | **0,25** | |



www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



| عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **2)** أ . $f'(x)=\dfrac{10x}{(x^2+1)^2}$ | **0,75** | **02,25** |
| **ب.** $f'(x)$ من إشارة $10x$<br>$f$ متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$<br>جدول تغيّرات $f$ : | **0,50**<br>**0,50**<br>**0.50** | |
| **3)** أ . $y=\dfrac{4}{5}x-\dfrac{8}{5}$ هي معادلة $(T)$ المماس لـ $(C)$ في النّقطة التي فاصلتها 2 | **0,75** | **01,50** |
| **ب.** $f(x)=0$ تكافئ $(x=2)$ أو $(x=-2)$<br>إحداثيات نقطتي تقاطع $(C)$ مع حامل محور الفواصل هي $(2;0)$ و $(-2;0)$ | **0,50**<br>**0,25** | |
| **4)** رسم $(\Delta)$ ، $(T)$<br>رسم $(C)$ | **0,25x2**<br>**0,50** | **01,00** |
| **5)** أ .<br>– دراسة إشارة $x^2-4$ وكتابة $\lvert x^2-4\rvert$ دون رمز القيمة المطلقة.<br>– من أجل كلّ $x$ من $]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$ ، $g(x)=f(x)$<br>– من أجل كلّ $x$ من $[-2;2]$ : $g(x)=-f(x)$ | **0,50** | **00,75** |
| **ب.** تشكيل جدول تغيّرات $g$ | **0.25** | |



www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



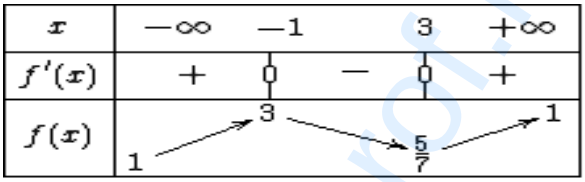
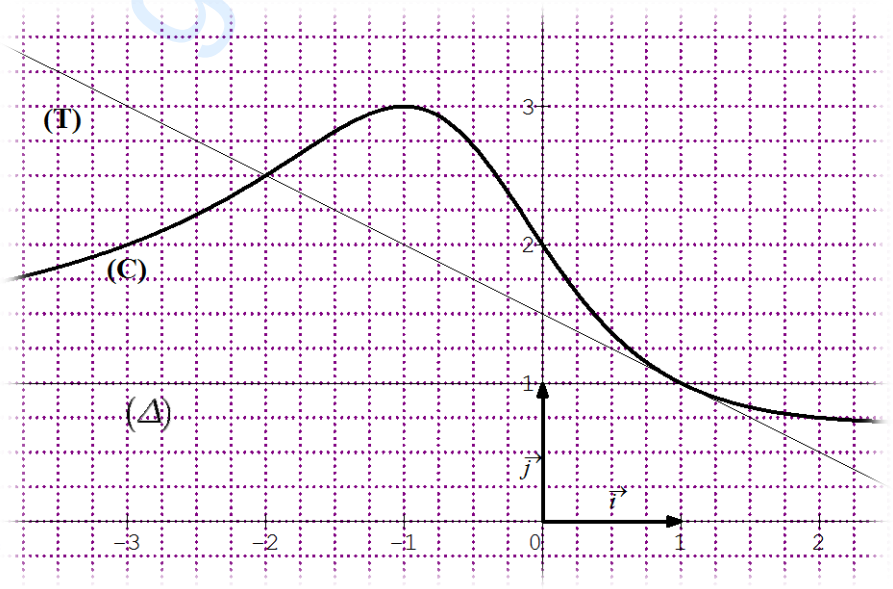
| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: ( 04 نقاط )** | | |
| 1) أ . البرهان بالتراجع : $u_n = 2(\frac{1}{3})^n + 3$ | 0.50+0.25 | 1.75 |
| ب. $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3}(\frac{1}{3})^n$ | 0.50 | |
| جـ. المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما. | 0.50 | |
| 2) أ . $v_0 = 2$ و $v_n = u_n - 3 = 2(\frac{1}{3})^n$ | 0.50+0.25 | 01.50 |
| ب. $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ | 0,75 | |
| 3) أ . $S_n = 3\left[1 - (\frac{1}{3})^{n+1}\right]$ | 0.50 | 0.75 |
| ب. $S'_n = S_n + 3(n+1) = 3n + 6 - (\frac{1}{3})^n$ | 0,25 | |
| **التمرين الثاني: ( 04 نقاط )** | | |
| 1) خطأ ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |
| 2) صح ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |
| 3) خطأ ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |
| 4) صح ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |
| **التمرين الثالث: ( 04 نقاط )** | | |
| 1) الإجابة الصحيحة جـ) ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |
| 2) الإجابة الصحيحة ب) ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |
| 3) الإجابة الصحيحة أ) ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |
| 4) الإجابة الصحيحة ب) ، التبرير. | 0,50x2 | 01,00 |



www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **التمرين الرابع: ( 08 نقاط )** | | |
| **1)** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، المستقيم ذو المعادلة : $y=1$ مقارب لـ $(C)$ | 0,50x2<br>0,25 | 01.25 |
| **2)** أ . $g(x)>0$ على $]-\infty;1[$ و $g(x)<0$ على $]1;+\infty[$ و $g(1)=0$ | 0,25x3 | 01,25 |
| **ب.** استنتاج وضعية $(C)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ | 0,25x2 | |
| **3)** أ . $f'(x)=\dfrac{2(x+1)(x-3)}{\left(x^2+x+2\right)^2}$ | 0,75 | 02.25 |
| **ب.** إشارة $f'(x)$ من إشارة البسط $2(x+1)(x-3)$<br>$f$ متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;-1]$ ، $[3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1;3]$ | 0.50<br>0.50 | |
| **جـ** . جدول تغيرات $f$  | 0,50 | |
| **4)** أ . كتابة معادلة لِـ $(T)$ : $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$ | 0.75 | 01,25 |
| **ب.** التحقّق أنّ $(T)$ يقطع $(C)$ في النّقطة $A(-2;\dfrac{5}{2})$ : | 0 ,50 | |
| **5)** رسم $(\Delta)$ ، $(T)$<br>رسم $(C)$  | 2x0,25<br>0,50 | 01,00 |





www.grandprof.net

grandprof contacts: Whatsapp/Telegram/call 00237679775139



| عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **6)** أ . $h$ زوجية. | **0.25** | **01.00** |
| **ب.** التّحقُّق أنّه من أجل كل $x$ من المجال $]0\,;+\infty[$ : $h(x)=f(x)$ | **0,25** | |
| **جـ.** شرح كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C)$ | **0,25** | |
| رسم $(C_h)$ | **0.25** | |

grandprof.net



www.grandprof.net