



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2020

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث : $a = 2020$ ، $b = 2970$ و $c = 1441$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد a ، b و c على 9 .
 - (2) تحقّق أنّ العددين b و $(a+5)$ متوافقان بترديد 9 .
 - (3) تحقّق أنّ: $2a \equiv -1[9]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(2a)^{31}$ على 9 .
 - (4) بيّن أنّ العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- لتكن (u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_0 و أساسها r حيث: $u_2 - u_0 = 4$ و $u_1 + u_3 = 16$.
- (1) احسب الحدّ u_2 ، ثمّ الحدّ u_0 و استنتج الأساس r للمتتالية (u_n) .
 - (2) أ . بيّن أنّ الحدّ العام للمتتالية (u_n) معرّف بـ: $u_n = 4 + 2n$.
ب . حدّد مع التبرير اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .
 - (3) بيّن أنّ العدد 2020 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ، محدّدًا رُتبته .
 - (4) احسب المجموع S المعرّف بـ : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1008}$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- الدالة العددية f معرّفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ ،
- و (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب نهاية الدالة f عند كلّ من $-\infty$ و $+\infty$.
 - (2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ ، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} .
ب . استنتج اتجاه تغيّر f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
 - (3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النّقطة A التي فاصلتها 2 .
 - (4) أ . تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2(x-4)$.
ب . حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$ ثمّ استنتج نقط تقاطع (C_f) وحامل محور الفواصل .
 - (5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- لتكن (u_n) متتالية هندسية حدّها الأول u_1 ، حدودها موجبة تماما حيث : $u_3 \times u_5 = 2916$
- (1) احسب الحد u_4 .
 - (2) علما أنّ $u_3 = 18$ ، تحقق أنّ أساس المتتالية (u_n) هو 3 .
 - (3) احسب الحدّ الأول u_1 ، ثمّ اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - (4) عيّن رتبة الحدّ الذي قيمته 1458 . (لاحظ أنّ: $729 = 3^6$)
 - (5) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

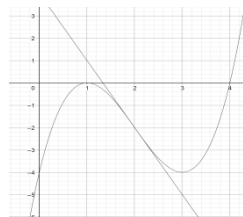
- a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ ، $b = 2020$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 .
 - (2) بيّن أنّ : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$ ثمّ استنتج أنّ العدد $8 - (a^2 + b^2)^{1962}$ يقبل القسمة على 7 .
 - (3) أ . عيّن بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7 .
ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج أنّ : $4^{3n+1} \equiv 4[7]$.
ج. بيّن أنّ : $b^{21} \equiv 1[7]$
 - (4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون : $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- نعتبر f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$ ،
- و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
 - (2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (x+3)(x+1)$ ، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} .
ب. استنتج اتجاه تغيّر f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
 - (3) بيّن أنّ النقطة $A\left(-2; \frac{-2}{3}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .
 - (4) اكتب معادلة لـ (D) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A .
 - (5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (D) و (C_f) .

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب(ة): آداب وفلسفة + لغات أجنبية/ بكالوريا 2020

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|------------------------------|------------------|---|
| مجموعة | مجزأة | |
| التمرين 01: (06 نقاط) | | |
| 2.25 | 3x 0.75 | (1) $a \equiv 4[9]$ ، $b \equiv 0[9]$ و $c \equiv 1[9]$ |
| 1 | 1 | (2) التحقق أن العددين b و $(a+5)$ متوافقان بترديد 9. |
| 1.5 | 0.5 0.5X2 | (3) التحقق أن : $2a \equiv -1[9]$. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $(2a)^{31}$: $(2a)^{31} \equiv 8[9]$ |
| 1.25 | 5x0.25 | (4) تبيان أن العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9 |
| التمرين 02: (06 نقاط) | | |
| 1.75 | 0.75+2x0.5 | (1) $r=2$ ، $u_0=4$ ، $u_2=8$ |
| 1.25 | 0.5 | (2) أ) تبيان أن : $u_n = 4 + 2n$ |
| | 0.75 | ب) لدينا $r > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما |
| 1.5 | 0.75 0.75 | (3) $u_n = 2020$ يكافئ $n = 1008$ الرتبة هي 1009 |
| 1.5 | 1.25 | (4) نجد: $s = 1021108$ |
| التمرين 03: (08 نقاط) | | |
| 1 | 0.5+0.5 | (1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ |
| 3 | 2x0.5 1 | (2) أ) $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ دراسة إشارة $f'(x)$ |
| | 0.5+0.5 | ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات |
| 1 | 1 | (3) معادلة المماس: $y = -3x + 4$ |
| 1.5 | 0.5 | (4) أ) التحقق أن : $f(x) = (x-1)^2(x-4)$ |
| | 0.5+0.5 | ب) حل المعادلة $f(x) = 0$ واستنتاج نقط التقاطع |
| 1.5 | 0.25 0.75+0.5 | (5) حساب $f(0)$ ورسم (T) و (C_f) . |



تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب(ة): آداب وفلسفة + لغات أجنبية/ بكالوريا 2020

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) |
|------------------------------|-------------------|--|
| مجموعة | مجزأة | |
| التمرين 01: (06 نقاط) | | |
| 1 | 1 | (1) $u_4 = 54$ |
| 1.25 | 1.25 | (2) التحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو 3 . |
| 1.25 | 0.75+0.5 | (3) $u_n = 2(3)^{n-1}$ ، $u_1 = 2$ |
| 1.25 | 0.5+0.75 | (4) لدينا $u_n = 1458$ يكافئ $n = 7$ و رتبته 7 |
| 1.25 | 1.25 | (5) $S_n = 3^n - 1$ |
| التمرين 02: (06 نقاط) | | |
| 1 | 1 | (1) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 . |
| 1 | 0.5 0.5 | (2) تبيان أن : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$. استنتاج أن : $(a^2 + b^2)^{1962} - 8$ يقبل القسمة على 7 . |
| 3 | 0.75 | (3) أ) تعيين بواقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4 ، 4^2 و 4^3 على 7 |
| | 0.75 0.5 | ب) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{3n} \equiv 1[7]$ استنتاج أن : $4^{3n+1} \equiv 4[7]$ |
| | 1 | ج) بيان أن : $b^{21} \equiv 1[7]$ |
| 1 | 1 | (4) تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون : $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$. |
| التمرين 03: (08 نقاط) | | |
| 1 | 0.5+0.5 | (1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ |
| 3 | 0.5x2 | (2) أ) $f'(x) = (x+3)(x+1)$ وإشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} . |
| | 1 1 | ب) f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -3]$ و $[-1; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[-3; -1]$ جدول التغيرات |
| 1.5 | 0.5x3 | (3) A هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) : حساب $f''(x)$ ، حل المعادلة $f''(x) = 0$ و هو $(x = -2)$ ، إشارة $f''(x)$. |
| 1 | 1 | (4) $(D): y = -x - \frac{8}{3}$ |
| 1.5 | 0.25 0.25 1 | (5) $f(0) = 0$ ورسم كلا من (D) و (C_f) .  |