

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

وزارة التربية الوطنية

دورة: 2017

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
 نعتبر النقطتين $A(-1;1;-2)$ و $B(1;-3;-4)$ والمستقيم (Δ) ذا التمثيل الوسيط $t \in \mathbb{R}$; $y = -t + 2$; $x = t - 2$; $z = 2t - 4$
 وليكن (Δ') المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(-1;2;1)$ شعاع توجيه له .

(1) بين أن المستقيمين (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

(2) ليكن (P) المستوي المعين بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

(3) نسمي (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق : $AM^2 + BM^2 = 20$.

بين أن (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2 .

(4) حدّد الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (S) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة : $(E) \dots\dots\dots 104x - 20y = 272$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان .

(أ) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 104 ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حولا.

(ب) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

(2) λ عدد طبيعي يكتب $1\alpha\alpha\beta 01$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 ، ويكتب $1\alpha\beta 01$ في نظام التعداد الذي

أساسه 6 حيث α و β عدنان طبيعيان .

عين α و β ، ثم اكتب λ في النظام العشري .

(3) تحقق أن كلا من 2017 و 1009 عدد أولي، ثم عين الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$$2m - d = 2017 \quad \text{حيث} \quad d = \text{PGCD}(a; b) , \quad m = \text{PPCM}(a; b)$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)(z^2-2\sqrt{2}z+8)=0$.
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ ، $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = 2(1-i)$.
- (أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ تخيليا صرفا .

(ج) نسمّي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z = z_C - k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ مع k يمسخ \mathbb{R}_+ تحقق أن النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ) .

(3) الدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، h التحاكي الذي مركزه النقطة O ونسبته -2 .

عيّن طبيعة التحويل $h \circ r$ وعناصره المميّزة ، ثم استنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$.

(1) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(أ-1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

(ب) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ ،

ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها.

(2) اكتب معادلة (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

(3) الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = x^2e^{-x+2} - 4$.

ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0; +\infty[$.

(4) ارسم المماس (T) والمنحني (C_f) على المجال $[0; +\infty[$.

(5) نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $f(x) = m(x-2) \dots (E)$ ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .

(6) الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

اعتمادا على السؤال رقم (1)، شكل جدول تغيّرات الدالة g .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بعدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 7u_n + 8$.

- (1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.
- (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
 أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n .
 ب) استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.
- (3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5 .
 ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلا للقسمة على 5 .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، (P) مستو تمثيله الوسيطى: $\begin{cases} x = -t - 2\lambda + 2 \\ y = 3t + 4\lambda - 3 \\ z = 3t + 4\lambda - 1 \end{cases}$ حيث t و λ عدنان حقيقيان .

- (1) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P) .
- (2) ليكن α عددا حقيقيا من المجال $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ، ولتكن (E_α) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث $x^2 + y^2 + z^2 - 2x \cos \alpha - 2y \sin \alpha - z - \frac{3}{4} = 0$.
 أ) بيّن أن: من أجل كل α من المجال السابق ، (E_α) هي سطح كرة يطلب تعيين إحداثيات مركزها ω_α بدلالة α ونصف قطرها R .
 ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي α الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .
 (3) في الحالة التي يكون فيها المستوي (P) مماسا لسطح الكرة (E_α) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة ω_α والعمودي على المستوي (P) واستنتج إحداثيات I نقطة تماس (E_α) مع المستوي (P) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (I) اكتب العدد $\left(\frac{5}{2} + i\right)^2$ على الشكل الجبري ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعدد المركب $\frac{21}{4} + 5i$.
- (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C و I ذات اللواحق : $z_A = \frac{3}{2} + \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = -\frac{3}{2}i$ ، $z_C = -\bar{z}_A$ ، و $z_I = i$.

- (1) اكتب z_A و z_C على الشكل الجبري .
- (2) اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسّي مستنتجا طبيعة المثلث ABC .
- (3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول A إلى I .
 (أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ثم عيّن نسبته وزاويته.
 (ب) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ التحويل النقطي T_n كما يلي: $T_n = \underbrace{S \circ S \circ \dots \circ S}_{n \text{ مرة}}$
 عيّن قيم n حتى يكون T_n تحاكيا ، عين عندئذ عناصره المميزة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$.
- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .
- (2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76; 1,77[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.
- (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x - \ln x} ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين ،
 ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسّر النتيجة بيانيا.
- (2) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - \ln x)^2}$.
- (3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسّر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x - \ln x$
 (أ) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x) > 0$ ،
 واستنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$.
 (ب) ارسم (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 2,31$)
- (5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي $F(x) = \int_1^x f(t) dt$.
- بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$.
- اعط تفسيراً هندسياً للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصراً له.

انتهى الموضوع الثاني

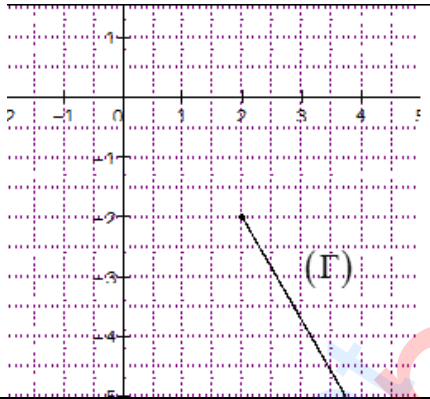
الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
الموضوع الأول		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
01	0.25	(1) بيان أن المستقيمين متقاطعان
	0.50	(Δ') : $\begin{cases} x = -t' + 1 \\ y = 2t' - 3 \\ z = t' - 4 \end{cases} / t' \in \mathbb{R}$
	0.25	$(\Delta) \cap (\Delta') = \{A(-1; 1; -2)\}$ معناه $\begin{cases} t = 1 \\ t' = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} t - 2 = -t' + 1 \\ -t + 2 = 2t' - 3 \\ 2t - 4 = t' - 4 \end{cases}$
1.25	0.50	(2) التمثيل الوسيط للمستوي هو : $(P): \begin{cases} x = \alpha - \beta - 1 \\ y = -\alpha + 2\beta + 1 \\ z = 2\alpha + \beta - 2 \end{cases} \alpha; \beta \in \mathbb{R}$
	0.75	استنتاج المعادلة الديكارتية $(P): 5x + 3y - z = 0$
01	01	(3) بيان أن (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2 + BM^2 = 20$ تكافئ $IM^2 = 10 - AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM = 2$
		طريقة (2): $AM^2 + BM^2 = 20$ تكافئ $x^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$
0.75	0.50	(4) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (S) .
	0.25	$d(I; (P)) = 0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1.25	0.25	(1) أ) $p \gcd(20; 104) = 4$
	0.25	بما أن $p \gcd(20; 104)$ قاسم للعدد 272 فإن المعادلة (E) تقبل حلول
	0.25	ب) بيان أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[5]$ $26x - 5y = 68$ تكافئ ومنه $26x \equiv 68[5]$ ومنه $x \equiv 3[5]$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S = \{(5k+3; 26k+2) / k \in \mathbb{Z}\}$
1.50	0.50	(2) تعيين α و β
	0.25	$\begin{cases} 104\alpha - 20\beta = 272 \\ 0 \leq \alpha \leq 3; 0 \leq \beta \leq 3 \end{cases}$ تكافئ $\overline{1\alpha\alpha\beta 01} = \overline{1\alpha\beta 01}$

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
	0.50	$\begin{cases} \alpha = 5k+3 \\ \beta = 26k+2 \end{cases} / k \in \mathbb{N} \text{ معناه}$
	0.25	$\begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = 2 \end{cases} \text{ معناه}$ <p>كتابة λ في النظام العشري: $\lambda = 2017$</p>
	2×0.25	<p>(3) التحقق أن كلا من 2017 و 1009 عدد أولي</p> <p>تعيين الثنائيات $(a; b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m - d = 2017$</p>
1.25	0.25	$\begin{cases} a'b' = \frac{2017}{d} + 1 \\ a = a'd; b = b'd \end{cases} \text{ تكافئ } 2m - d = 2017$ <p>$\text{pgcd}(a', b') = 1$</p>
	2×0.25	<p>ومنه : $(a; b) \in \{(1; 1009), (1009; 1)\}$</p>
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.25	<p>(1) حل المعادلة :</p> $\Delta = -24 = (2i\sqrt{6})^2$ $S = \{2 - 2i; \sqrt{2} + i\sqrt{6}; \sqrt{2} - i\sqrt{6}\}$
	3×0.25	
	3×0.25	<p>(2) أ) $z_C = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_A = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$</p> <p>بما أن $OA = OB = OC = 2\sqrt{2}$</p> <p>فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.</p>
	0.25	<p>ب) $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف</p>
	0.50	<p>معناه $\frac{7\pi n}{12} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ معناه $n = 12h + 6 / h \in \mathbb{N}$</p>
	0.25	<p>ج) التحقق أن C نقطة من (Γ)</p> <p>من أجل $z \neq z_C$: $z = z_C - k\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z - z_C) = \pi + \arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right)$</p>
3.25	0.50	<p>تكافئ $(\vec{u}; \overrightarrow{CM}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$</p>
	0.25	

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة																		
المجموع	مجزأة																			
	0.25	<p>و منه (Γ) مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$. انشاء (Γ).</p> 																		
0.75	0.50	<p>(3) تعيين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\frac{-\pi}{3}$</p>																		
	0.25	<p>صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.</p>																		
التمرين الرابع: (07 نقاط)																				
2.25	0.25	<p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (أ) 1</p>																		
	0.25	<p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$</p>																		
	0.25	<p>$y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f).</p>																		
	0.50	<p>(ب) بيان أن: من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$ إشارة $f'(x)$</p>																		
	0.25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	+						
x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$															
$f'(x)$	-	0	+	0	+															
	0.25	<p>اتجاه تغير الدالة f</p> <p>f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4; +\infty[$</p> <p>f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$</p> <p>جدول التغيرات</p>																		
	0.50	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$-32e^{-3}$</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	+	$f(x)$	$+\infty$	0	1	$-32e^{-3}$	0
x	$-\infty$	0	1	4	$+\infty$															
$f'(x)$	-	0	+	0	+															
$f(x)$	$+\infty$	0	1	$-32e^{-3}$	0															
0.50	0.50	<p>(2) معادلة المماس (T)</p> <p>$y = -4e^{-1}(x-2)$</p>																		

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة												
المجموع	مجزأة													
1.50	0.25	3 دراسة اتجاه تغير الدالة h $h'(x) = x(2-x)e^{-x+2}$												
	0.25	h متزايدة تماما على $[0;2]$ h متناقصة تماما $[2; +\infty[$ استنتاج إشارة $h(x)$:												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$h'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$h(x)$</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> </tr> </table>	x	0	2	$+\infty$	$h'(x)$	+	0	-	$h(x)$		0	
	x	0	2	$+\infty$										
	$h'(x)$	+	0	-										
$h(x)$		0												
0.25	من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ فإن $h(x) \leq 0$ تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) إشارة $f(x) - (-4e^{-1}(x-2)) = (2-x) \times e^{-1} \times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$													
0.25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$(2-x)h(x)$</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	2	$+\infty$	$(2-x)h(x)$	0	-	0				+	
x	0	2	$+\infty$											
$(2-x)h(x)$	0	-	0											
			+											
0.25		(C_f) فوق (T) على المجال $[2; +\infty[$												
0.25		(C_f) تحت (T) على المجال $]0; 2[$												
01	0.25	4 ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]0; +\infty[$.												
	0.75													
0.75	0.75	5 المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) . إذا كان $m = -4e^{-1}$ او $m > 0$ فان المعادلة لها حلا وحيد إذا كان $-4e^{-1} < m < 0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول إذا كان $m = 0$ فان للمعادلة حلين												
	0.25	6 جدول تغيّرات الدالة g . الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب												

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة																							
المجموع	مجزأة																								
01	0.25	<p>(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين)</p> $g'(x) = \frac{-4x^2 + 5x - 1}{x^3} e^{1-\frac{1}{x}}$ <p>النهايات : $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$</p> <p>إشارة $g'(x)$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>$1 + \infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>جدول تغيرات g</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>0</td> <td></td> <td>$(-32)e^{-3}$</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	0	$\frac{1}{4}$	$1 + \infty$	$g'(x)$	-	0	+	x	0	$\frac{1}{4}$	1	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	0	$g(x)$	0		$(-32)e^{-3}$	0
	x	0	$\frac{1}{4}$	$1 + \infty$																					
	$g'(x)$	-	0	+																					
x	0	$\frac{1}{4}$	1	$+\infty$																					
$g'(x)$	-	0	+	0																					
$g(x)$	0		$(-32)e^{-3}$	0																					
0.25	0.25																								
	0.25																								

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	الموضوع الثاني
التمرين الأول: (04 نقاط)		
0.75	0.75	(1) برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.
1.25	0.25	(أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{7^{n+1} - 1}{6}$
	0.50	إيجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n = 7S_n - 4(n+1)$
	0.50	(ب) استنتاج أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $.18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.
01	4×0.25	(2) (أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k} \equiv 1[5]$; $7^{4k+1} \equiv 2[5]$; $7^{4k+2} \equiv 4[5]$; $7^{4k+3} \equiv 3[5]$ / $k \in \mathbb{N}$
01	4×0.25	(ب) تعيين قيم n معناه $S'_n \equiv 0[5]$ $n \in \{20h+12 ; 20h+13 ; 20h+10 ; 20h+19 / h \in \mathbb{N}\}$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
0.75	0.75	(1) تعيين معادلة ديكرتية للمستوي (P) : $y - z + 2 = 0$
2.25	0.50	(2) (أ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x \cos \alpha - 2y \sin \alpha - z - \frac{3}{4} = 0$ تكافئ $(x - \cos \alpha)^2 + (y - \sin \alpha)^2 + (z - \frac{1}{2})^2 = 2$
	0.50	(E_α) هي سطح كرة مركزها $(\cos \alpha ; \sin \alpha ; \frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$
	0.50	(ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .
	0.50	$d((P); \omega_\alpha) = \frac{\frac{3}{2} + \sin \alpha}{\sqrt{2}}$
	0.25	إذا كان $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة
0.25	إذا كان $\alpha = \frac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α)	
0.25	إذا كان $\alpha \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P) \cap (E_\alpha) = \{ \}$	
01	0.50	(3) التمثيل الوسيطى للمستقيم (D) / $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = t + \frac{1}{2} \\ z = -t + \frac{1}{2} \end{cases}$

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
	0.50	استنتاج إحداثيات $I\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
0.75	0.25 2×0.25	$\left(\frac{5}{2} + i\right)^2 = \frac{21}{4} + 5i$ (I) الجذرين التربيعيين للعدد المركب $\frac{21}{4} + 5i$ هما $\frac{5}{2} + i$; $-\frac{5}{2} - i$
0.75	0.50 0.25	$z_A = \frac{5}{2} + i$ (1) $z_C = -\frac{5}{2} + i$
01	0.50 0.50	$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ (2) المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين
	0.75 0.50	(3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر: $z' = \frac{1}{2}(1+i)z - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}i$ نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$
2.50	0.25 0.50 2×0.25	ب) $T_n = S \circ S \circ S \circ \dots \circ S = S\left(B; \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n; \frac{n\pi}{4}\right)$ T_n تحاك معناه $n=4k \quad /k \in \mathbb{N}$ العناصره المميزة. مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي : إذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، إذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
0.50	0.25 0.25	(I) 1) دراسة اتجاه تغير الدالة g . $g'(x) = -\frac{x+1}{x^2}$ g متناقصة تماما على $]0; +\infty[$
	0.50	(2) بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76; 1,77[$

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة												
المجموع	مجزأة													
01	0.50	استنتج إشارة $g(x)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\alpha + \infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	0	$\alpha + \infty$	$g(x)$	+	-						
x	0	$\alpha + \infty$												
$g(x)$	+	-												
0.75	0.25 0.25 0.25	(1) اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور الترتيب												
0.50	0.50	(2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - \ln x)^2}$												
01	0.25 0.25 0.50	(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$ جدول تغيرات الدالة f . <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	0	$f(\alpha)$	1
x	0	α	$+\infty$											
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$	0	$f(\alpha)$	1											
2.25	0.25 0.25 0.50	(4) $h'(x) = \frac{x-1}{x}$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x) \geq h(1)$ ومنه $h(x) > 0$ الوضع النسبي: $f(x) - 1 = \frac{1 + \ln x}{x - \ln x}$ (C_f) تحت (Δ) من أجل $x \in]0; \frac{1}{e}[$ (C_f) فوق (Δ) من أجل $x \in \left] \frac{1}{e}; +\infty \right[$ $(C_f) \cap (\Delta) = \left\{ A\left(\frac{1}{e}; 1\right) \right\}$ ، $x \in \left] \frac{1}{e}; +\infty \right[$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{e}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x) - 1$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$	$f(x) - 1$	-	0	+				
x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$											
$f(x) - 1$	-	0	+											

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
	01	<p>(ب) الرسم</p>
	0.25	<p>(5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ ، حيث $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ،</p> <p>من جدول تغيرات الدالة f نجد (1)..... $f(x) \leq f(\alpha)$ ،</p> <p>إشارة: $f(x) - (\frac{1}{x} + 1) = \frac{(x+1) \ln x}{x - \ln x}$</p>
01	0.25	<p>من أجل $x \geq 1$ ، (2)..... $f(x) - (\frac{1}{x} + 1) \geq 0$</p> <p>من (1) و (2) نجد: $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$</p>
	0.25	<p>- بما ان $F(e) = \int_1^e f(t) dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل</p>
	0.25	<p>محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$; $x=e$</p> <p>- حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(e) \leq f(\alpha)(e-1)$</p>