



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
دورة: 2018



وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: رياضيات

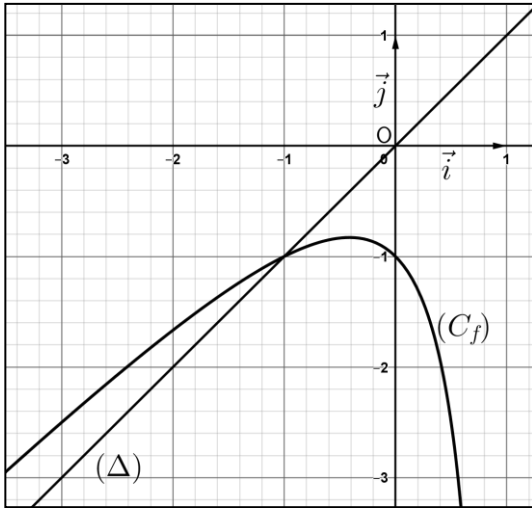
المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)



التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ بـ :

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بحددها الاول $u_0 = -3$

$$u_{n+1} = f(u_n) \text{ ، } n \text{ عدد طبيعي}$$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) هو المستقيم ذو

المعادلة $y = x$ (أنظر الشكل المقابل).

1) أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا

خطوط التمثيل، أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-3 \leq u_n < -1$.

3) أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$.

ب. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + 1 \geq -2 \left(\frac{3}{4} \right)^n$ ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4) نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \dots + (u_n + 1) \leq 8 \left[\left(\frac{3}{4} \right)^{n+1} - 1 \right]$

واستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.



التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(1;1;3)$ و $B(1;0;2)$.

(1) أ) بين أن النقط O ، A و B ليست في استقامية.

ب) تحقق أن $\vec{n}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (OAB) ثم عيّن معادلة ديكرتية له.

(2) لتكن (Δ) مجموعة النقط M من الفضاء التي إحداثياتها $(x; y; z)$ وتحقق المعادلة التالية:

$$(2x+2y+6z-11)^2 + (2x+4z-5)^2 = 0$$

- بين أن المجموعة (Δ) هي تقاطع المستويين المحوريين للقطعتين $[OA]$ و $[OB]$ ، ثم عين تمثيلا وسيطيا

للمجموعة (Δ) .

(3) لتكن M نقطة كيفية من الفضاء

- برهن صحة التكافؤ التالي: $(M \in (\Delta))$ يكافئ $(OM = AM = BM)$ ثم استنتج إحداثيات النقطة Ω مركز

الدائرة المحيطة بالمثلث OAB .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، θ عدد حقيقي من المجال $]-\pi; \pi]$

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$(z^2 - 2z + 2)(z^2 - 2(\sin \theta)z + 1) = 0$$

II. A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب

$$z_A = -\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}} ، z_B = 1 - i ، z_C = \sin \theta + i \cos \theta ، z_D = \overline{z_C} \text{ (يرمز إلى مرافق } z_C \text{)}$$

(1) اكتب الأعداد z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسّي.

(2) نقطة E من المستوي لاحقتها z_E حيث $z_E = \frac{z_A}{z_B}$.

- بين أن النقط C ، D و E تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

(3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A و زاويته $\frac{\pi}{4}$ ونسبته $(2\sqrt{2} - 2)$.

- عيّن قيمة θ حتى تكون النقطة B صورة النقطة C بالتشابه المباشر S .

(4) نضع $\theta = \frac{-3\pi}{4}$. عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد $(z_D)^n$ تخيليا صرفا.



التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x}; & x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \text{ب/} \quad [0;1[\cup]1;+\infty[$$

(يرمز بـ \ln الى اللوغاريتم النيبيري)

(1) (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ/ بين أن f مستمرة عند 0 بقيم أكبر.

ب/ احسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

(2) أ/ احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب/ ادرس اتجاه تغيير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارياً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1,49 < \alpha < 1,5$

ثم بين أن معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha} \right) (x - \alpha)$

(5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $h(x) = 1 - x + x \ln x$.

أ/ بين أن الدالة h متزايدة تماماً على المجال $[1; +\infty[$ و استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $[1; +\infty[$.

ب/ بين أنه من أجل كل $x > 1$: $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$

و استنتج أنه من أجل $x > 1$: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$

(7) A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = e$. (هو أساس اللوغاريتم النيبيري).

- بين أن $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < A < \frac{1}{2}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$.



(2) نضع $m=3$ ، حل المعادلة (E).

(3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقط A ، B ، C و E التي

لاحقاتها $z_A = -2+i$ ، $z_B = -2-i$ ، $z_C = \alpha$ و $z_E = \sqrt{3}$ ، حيث α عدد حقيقي و $\alpha > -2$.
- بين أن قيمة α التي يكون من أجلها المثلث ABC متقايس الأضلاع هي $(-2+\sqrt{3})$.
- نضع في كل ما يأتي $z_C = -2+\sqrt{3}$:

(4) اكتب العدد المركب: $\frac{z_C - z_E}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج أن:

(أ) المستقيمان (AB) و (EC) متعامدان.

(ب) النقط A ، B و E تنتمي إلى نفس الدائرة (γ) التي يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(5) ليكن r الدوران الذي يحول النقطة B إلى C و يحول C إلى A ، عبارته المركبة هي:

$$z' = az + \left(\frac{\sqrt{3}-6}{2} \right) + i \left(\frac{2\sqrt{3}-1}{2} \right)$$

(أ) احسب العدد المركب a ثم استنتج زاوية الدوران r .

(ب) تحقق أن النقطة G مركز ثقل المثلث ABC هي مركز الدوران r .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = (1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}} - 1$.

(1) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$ ،

واستنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.9 < \alpha < 1$ ،

و استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$.

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-\frac{1}{x}} - x) = -1$ (يمكن وضع $t = -\frac{1}{x}$ ثم استنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.



(3) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{-\frac{1}{x}}$.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0; +\infty[$.

(ب) تَحَقَّقْ أن $f(x) - x = (1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (تأخذ $f(\alpha) \approx 1.73$).

(5) (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N}^* بحددها العام u_n حيث: $u_n = \frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{n^2}{n+1}$.

(أ) اكتب u_n بدلالة n ثم بيّن أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول u_1 .

(ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث:

$$S_n = \left(\frac{1}{2} f(1) - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} f\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1}\right)$$

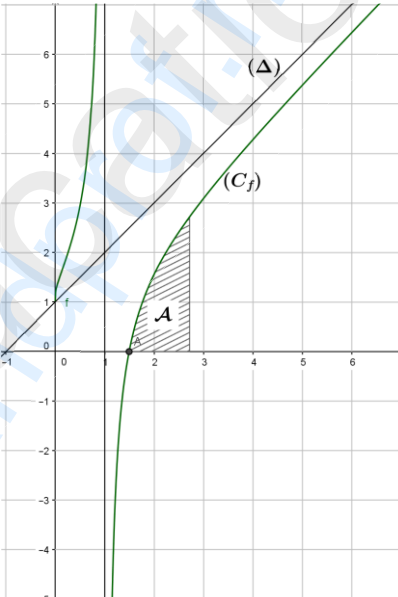
الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: رياضيات / بكالوريا: 2018

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
1.75	01	<u>التمرين الأول: (04 نقاط)</u> (1) تمثيل الحدود
	0.75	- التخمين : (u_n) المتتالية متزايدة تماما ومتقاربة نحو (-1)
01	01	(2) البرهان أن $-3 \leq u_n < -1$
0.75	0.25	(3) أ/ تبيان أن $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$.
	0.25	ب/ استنتاج أن $u_n + 1 \geq -2 \left(\frac{3}{4}\right)^n$
	0.25	- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$
0.5	0,25	(4) - اثبات أن $8 \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1 \right] \leq (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \dots + (u_n + 1) < 0$
	0.25	- مما سبق نجد $S_n < -n - 1$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty$
2.5	01	<u>التمرين الثاني: (04 نقاط)</u>
	0.75	(1) أ) $\overline{OA}(1;1;3)$ ، $\overline{OB}(1;0;2)$ لدينا $\frac{1}{1} \neq \frac{0}{1}$ إذن \overline{OA} و \overline{OB} غير مرتبطان خطيا.
	0.75	ب) $\vec{n} \cdot \overline{OA} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{OB} = 0$ يعني \vec{n} شعاع ناظمي للمستوي (OAB) $(OAB): 2x + y - z = 0$
01	0,5	(2) - $M \in (\Delta)$ يكافئ $\begin{cases} 2x + 2y + 6z - 11 = 0 \\ 2x + 4z - 5 = 0 \end{cases}$
	0,5	$[OB]$ المستوي المحوري لـ $(p_1): 2x + 4z - 5 = 0$ $[OA]$ المستوي المحوري لـ $(p_2): 2x + 2y + 6z - 11 = 0$ ومنه $(\Delta) = (p_1) \cap (p_2)$ - التمثيل الوسيطى $(\Delta): \begin{cases} x = \frac{5}{2} - 2t \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: رياضيات / بكالوريا: 2018

0,5	0,25	<p>(3) - $M \in (\Delta)$ يكافئ : $M \in (P_1)$ و $M \in (P_2)$ يكافئ : $OM = AM$ و $OM = BM$ يكافئ : $OM = BM = AM$ - Ω مركز الدائرة (C) يكافئ ($\Omega \in (OAB)$ و $\Omega A = \Omega B = \Omega O$) يكافئ ($\Omega \in (OAB)$ و $\Omega \in (\Delta)$) $\Omega \left(-\frac{1}{6}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right)$</p>
1,5	1,5	<p>التمرين الثالث (05 نقاط): I. مجموعة حلول المعادلة هي $S = \{1+i; 1-i; \sin \theta + i \cos \theta; \sin \theta - i \cos \theta\}$</p>
1,25	0,5 0,25 0,25 0,25	<p>II. (1) $z_A = \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_B = \sqrt{2} e^{-i \frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_C = e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}$ ؛ $z_D = e^{i \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)}$</p>
1,5	0,5 0,75 0,25	<p>(2) $z_E = e^{i \frac{\pi}{2}}$ $z_C = z_D = z_E = 1$ أي النقط C، D و E تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم O و طول نصف قطرها 1 .</p>
0,5	0,5	<p>(3) $z_B - z_A = (2\sqrt{2} - 2) e^{i \frac{\pi}{4}} (z_C - z_A)$ إذن $e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)} = e^{i \frac{5\pi}{4}}$ و منه $\theta = \frac{-3\pi}{4}$</p>
0,25	0,25	<p>(4) $\frac{3\pi}{4} n = \frac{\pi}{2} + k\pi$ أي $n \equiv 2[4]$ و منه $n = 4k + 2$; $k \in \mathbb{Z}$</p>
0,75	0,25 0,5	<p>التمرين الرابع: (07 نقاط): (1) أ/ f مستمرة عند 0 من اليمين. ب/ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = +\infty$ و منه (C_f) يقبل نصف مماس عمودي.</p>
	0,75	<p>(2) أ/ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>
2,5	0,5 0,5	<p>ب/ $f'(x) = 1 + \frac{1}{x(\ln x)^2}$ و منه الدالة f متزايدة تماما على $]0; 1[$ و على $]1; +\infty[$</p>

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: رياضيات / بكالوريا: 2018

		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td colspan="2">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$
x	0	1	$+\infty$											
$f'(x)$	+		+											
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$											
	0,25	(3) $y = x + 1$ هي معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$												
0.75	0,5	- الوضع النسبي: في المجال $]0;1[$ يكون المنحني (C_f) أعلى (Δ) و في المجال $]1;+\infty[$ يكون المنحني (C_f) أسفل (Δ)												
	0,5	(4) $f(\alpha) = 0$ حيث $1.49 < \alpha < 1.5$ (مبرهنة القيم المتوسطة)												
01	0,5	- معادلة المماس في النقطة ω : $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$												
		(5)												
0.75	0,75													
	0,5	(6) $h'(x) = \ln x$ و منه h متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ و $h(1) = 0$ اذن $h(x) \geq 0$												
01	0,25	ب/ $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$												
	0,25	- استنتاج أن: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$												
		(7) لدينا: $\int_{\alpha}^e \left(x - \frac{1}{x \ln x}\right) dx < \mathcal{A} < \int_{\alpha}^e (x + 1) dx$												
0,25	0,25	و منه: $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < \mathcal{A} < \frac{1}{2}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموع	مجزأة											
1.5	2x0.5 0.5	التمرين الأول: (04 نقاط) 1- $\alpha = 2018$ و $\beta = 2017$ $p \gcd(\beta, \frac{\alpha}{2}) = 1$										
1	2x0.5	2- $(x, y) = (2017k + 2, 1009k + 1) / k \in \mathbb{Z}$										
0.5	0.5	3- $a = 2035153k + 2019$ مع $k \in \mathbb{Z}$										
1	0.75 0.25	4- أ. دور بواقي القسمة هو 3 و البواقي هي 4, 7, 1 ب. $42L = 7^{2019} - 7$ - باقي القسمة هو 3.....										
0.75	0.25x3	التمرين الثاني: (04 نقاط) 1- $p(C) = \frac{8}{126}$ ، $p(B) = 1$ ، $p(A) = \frac{5}{126}$										
3.25	0.5 4x0.5 0.5 0.25	2- أ) $X \in \{0, 1, 2, 3\}$ قانون احتمال <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$p(X_i)$</td> <td>$\frac{6}{126}$</td> <td>$\frac{45}{126}$</td> <td>$\frac{60}{126}$</td> <td>$\frac{15}{126}$</td> </tr> </table> ب) $E(X) = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$ ج) $p(X^2 - X > 0) = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$	X_i	0	1	2	3	$p(X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$
X_i	0	1	2	3								
$p(X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$								
0.5	0.5	التمرين الثالث: (05 نقاط) 1) $m \in]1, 5[$										
1	2x0.5	2) $s = \{-2 + i, -2 - i\}$										
0.5	0.5	3) $\alpha = -2 + \sqrt{3}$										
1.5	0.5 0.75 0.25	4) كتابة العدد $\frac{z_c - z_E}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ أ) $(AB) \perp (EC)$ ب) $CA = CB = CE$ دائرة مركزها C و نصف قطرها 2										

1.5	0.5x2 0.5	(5) أ) $a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، وزاويته $\frac{2\pi}{3}$. ب) لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC هي $-2 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ و بما ان $r(G) = G$ اذن G مركز الدوران
0.75	0.5 0.25	التمرين الرابع (07 نقاط): (I) 1) لدينا $g'(x) = \frac{(2x^3 + 2x^2 + x + 1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$ - بيان أن: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$ - اتجاه تغير g : متزايدة تماما على $]0; +\infty[$.
1	0.5 0.5	(2) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,9 < \alpha < 1$. - اشارة $g(x)$
1.75	0.25x2 0.75 0.25 0.25	(II) 1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ب) اثبات أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ - استنتاج اتجاه التغير - جدول التغيرات
0.75	0.5 0.25	(2) تبيان أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x e^{-\frac{1}{x}} - x \right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} -\frac{e^t - 1}{t} = -1$ - استنتاج أن $y = x$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)
0.75	0.25 0.25 0.25	(3) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ - $h'(x) = \frac{1}{x^2} \left(e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right)$ متناقصة تماما على $]0; +\infty[$ - اذن من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $h(x) > 0$
0.5	0.25 0.25	ب) التحقق أن : $f(x) - x = (1+x)h(x)$ - استنتاج الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ)
0.75	0.75	(4) الرسم (Δ) و (C_f)

0.75	0.5 0.25	<p>(5 أ) $u_n = e^{-n}$ ، هندسية أساسها $q = \frac{1}{e}$ و $u_1 = \frac{1}{e}$</p> <p>ب) لدينا: $\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1} = u_n + (n-1)$</p> <p>ومنه $s_n = (u_1 + u_2 + \dots + u_n) + (0+1+\dots+(n-1))$ أي $s_n = \frac{1-e^{-n}}{e-1} + \frac{n}{2}(n-1)$</p>
------	-----------------	---