الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　　　　　　　　　　　　　　　　الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　دورة: 2016

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　المدة: 04 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، لتكن النقط : $A(1;1;4)$ ، $B(0;3;1)$ و $C\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3};5\right)$ و المستوي (P) الذي $x-2y+z-3=0$ معادلة له و المستقيم (Δ) الذي $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=4-3t \end{cases}, \quad t\in\mathbb{R}$ تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة ، حدّدها مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
1	المستوي (P) يحوي المستقيم	(Δ)	(AB)	(AC)
2	المستويان (P) و (ABC)	متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان
3	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة	A	B	C
4	المستقيمان (Δ) و (AC)	متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوي
5	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2-9CM^2=0$ هي	مستوٍ	سطح كرة	مجموعة خالية

التمرين الثاني:(04 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $9z^2-6\sqrt{3}z+4=0$.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}i$ و $z_B=\overline{z_A}$.

أ- اكتب كلاّ من z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب- بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437}=0$.

جـ- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا.

3) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$.

أ- عيّن طبيعة التحويل النقطي f و عناصره المميّزة.

ب- احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل f .

جـ- عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون O مركز ثقل الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x-7y=19$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0=y_0$ ، ثم حل المعادلة (E).

2) استنتج قيم العدد الصحيح λ و التي تُحقّق: $\begin{cases}\lambda\equiv 24[7]\\ \lambda\equiv 5[6]\end{cases}$، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42 .

3) عيّن جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x+y-1|\le 13$.

4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقّق الجملة: $\begin{cases}n-5^n\equiv 2020[7]\\ n\equiv 1437[6]\end{cases}$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث: $0,4<\alpha<0,5$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

(II f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ب- بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h(x)=f(x)-\left[f'(a)(x-a)+f(a)\right]$.

أ- تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.

ب- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغيّر h على $]-1;+\infty[$.

جـ- حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a) .

4) أ- بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.

ب- ارسم المماسين والمنحنى (C) .

5) نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $H(x)=\dfrac{1}{2}\left(x^2-2x-3\right)\ln(x+1)-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x$.

أ- بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

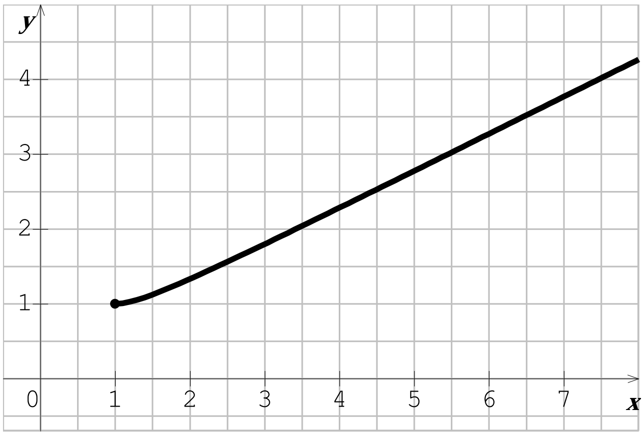
انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على 03 صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1}$



(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (الشكل المقابل).

1) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$u_0=6$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- انقل المنحنى المقابل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) مُوضّحا خطوط الإنشاء.

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

جـ- برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 6$.

د- ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

هـ- برّر تقارب المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n}$ و $w_n=\ln(v_n)$.

أ- برهن أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدّها الأوّل.

ب- اكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n .

جـ- بيّن أنّ: $u_n=\dfrac{1}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n=\dfrac{1}{w_0}+\dfrac{1}{w_1}+\ldots+\dfrac{1}{w_n}$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

I) 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$(z^2-2\sqrt{2}z+4)(2z-\sqrt{2})=0$.

2) اكتب الحلول على الشكل الأسي.

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A، B و C من المستوي التي لواحقها على الترتيب: $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$، $b=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و $c=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$.

1) علّم النقط A، B و C في المعلم السابق.

2) نعتبر النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S الذي مركزه A و نسبته 3 و زاويته π

و النقطة E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

- احسب اللاحقتين d و e للنقطتين D و E على الترتيب.

III) نضع : $z=\frac{d-b}{e-b}$.

1) اكتب العدد المركب z على الشكل المثلثي.

2) نعتبر النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[DE]$، F نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة I.

ما طبيعة الرباعي $BDFE$؟

<u>التمرين الثالث</u>: (04 نقاط)

في الفضاء المزوّد بالمعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط A،B، C و D حيث:

$A(3;-2;2)$، $B(6;1;5)$، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;1;1)$.

1) بيّن أنّ ABC مثلث قائم في A.

2) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (AB) .

3) ليكن (P') المستوي حيث: $x-z-1=0$ ، معادلة له.

أ- هل المستويان (P) و (P') متعامدان؟ برّر إجابتك.

ب- بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين (P) و (P').

4) لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.

أ- بيّن أنّ H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ).

ب-احسب المسافة بين D و (Δ).

5) أ- بيّن أنّ النقطة $E\,(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ).

ب- احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$.

<u>التمرين الرابع</u>:(06,5 نقطة)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-x\ln x$.

1)أ- احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلاً وحيدا α حيث : $3,5<\alpha<3,6$.

3) استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$، حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=4cm$.

1) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$.

2) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

ب- بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د- احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسّر النتيجة هندسيا.

3) أ- بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$.

ب- استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

جـ- ارسم (C_f).

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي:

$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)\ \dots\ (E)$.

أ- تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة: $f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$.

ب- عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين.

5) h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

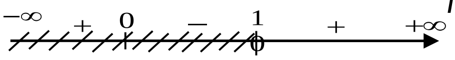
أ- بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقطة)		04
1) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ج) لأنّ كل من النقطتين A و C تنتميان إلى (P).	0,50	
2) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ الشعاع الناظمي $\vec{n}(1;-2;1)$ لـ (P) لا يُعامد $\overrightarrow{AB}(-1;2;-3)$.	0,75	
3) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ $B\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{OB}(0;3;1)$ يُعامد $\vec{u}(-1;1;3)$ شعاع توجيه (Δ).	0,75	
4) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح أ) لأنّ C نقطة مشتركة بين (AC) و (Δ) بينما $A\notin(\Delta)$ (أو بأيّ طريقة أخرى).	01	
5) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ العلاقة $BM^2-9CM^2=0$ تكافئ $(\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{CM})(\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{CM})=0$ أي: $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{HM}=0$ حيث G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-3)\}$ و H مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3)\}$ إذن مجموعة النقط هي سطح الكرة التي قطرها $[GH]$.	01	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		04
1) حلا المعادلة هما: $z_1=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}i$ و $z_2=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{3}i$	0,50	
2) أ) الشكل الأسي $z_A=\frac{2}{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B=\frac{2}{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$.	0,50	
ب) لدينا $\frac{z_A}{z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437}=e^{i2\pi(336)}+e^{i(2\pi(239)+\pi)}=1-1=0$	0,75	
جـ) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{3}}$ يكون حقيقيا إذا كان $\frac{n\pi}{3}=k\pi$ ومنه $k\in\mathbb{N}$; $n=3k$.	0,50	
3) أ) $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$ تكافئ $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ومنه f دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$	0,75	
ب) $f(A)=C$ ومنه $z_C=\frac{2}{3}i$.	0,50	
جـ) لدينا: $z_A+z_B+z_C+z_D=0$ ومنه $z_D=-\frac{2\sqrt{3}}{3}-i\frac{2}{3}$.	0,50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		03
1) الحل الخاص هو: $(x_0;y_0)=(-19;-19)$.	0,50	
مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $(x;y)=(7k-19;6k-19);k\in\mathbb{Z}$.	0,75	
2) الجملة $(\lambda\in\mathbb{Z})$ $\begin{cases}\lambda\equiv 24[7]\\\lambda\equiv 5[6]\end{cases}$ تكافئ المعادلة (E). ومنه	0,75	
$\lambda=6x+5=6(7k-19)+5=42k-109;k\in\mathbb{Z}$ ، باقي قسمة λ على 42 هو 17	0,25	
3) $\lvert x+y-1\rvert\leq 13$ تكافئ $2\leq k\leq 4$ و $k\in\mathbb{Z}$ ومنه $(x;y)\in\{(-5;-7),(2;-1),(9;5)\}$	0,75	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4) أ) لدينا: $5^{6k+\alpha}\equiv 5^{\alpha}[7]$ حيث $\alpha\in\{0,1,2,3,4,5\}$ و k عدد طبيعي ومنه مجموعة البواقي هي: $\{1,5,4,6,2,3\}$.	01	02
ب) $\begin{cases} n-5^{n}\equiv 2020[7] \\ n\equiv 1437[6] \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} n-6\equiv 4[7] \\ n=6k+3 \end{cases};k\in\mathbb{N}$ ومنه $\begin{cases} n=6k+3 \\ n=7q+3 \end{cases}$ ومنه $n=42m+3\,;\,m\in\mathbb{N}$.	01	
<u>التمرين الرابع:</u> (07 نقاط)		07
I) 1) أ) $\lim_{x\overset{>}{\to}-1} g(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.	0,50	
ب) $g'(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{(x+1)^{2}}$ إذن g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$. جدول التغيرات	0,75 0,25	
2/ أ) g مستمرة ورتيبة تماما على $[0.4;0.5]$ ولدينا $g(0,4)=-0,09$ و $g(0,5)=0,07$ ومنه المعادلة تقبل حلا وحيد α حيث: $0,4<\alpha<0,5$.	0,50	
ب) إشارة $g(x)$	0,25	
II) 1) $\lim_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,50	
2) أ) f تقبل الاشتقاق على $]-1;+\infty[$ و $f'(x)=g(x)$ إذن f متناقصة تماما على $]-1;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$. جدول التغيرات	0,50 0,25	
ب) $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ و الحصر لـ $f(\alpha)$.	$0,25\times 2$	
3) أ) التحقق أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإنّ $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.	0,25	
ب) $h'(x)=f'(x)-f'(a)=g(x)-g(a)$ و $h'(x)=0$ يعني $x=a$ و بما أنّ g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ فإن: $h'(x)>0$ على المجال $]a;+\infty[$ و $h'(x)<0$ على المجال $]-1;a[$. h متزايدة تماما على $[a;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-1;a]$.	0,50	
جـ) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن $f(x)-y=h(x)$ و $h(a)=0$ ومنه $h(x)\geq 0$ وهذا يعني (C) يقع فوق المماس (T_a).	0,25	
4) أ) (T_a) تشمل النقطة $A(1;0)$ يعني $-a^{2}+3a=0$ ومنه $a=0$ أو $a=3$ معادلتيهما: $(T_0):y=-x+1$ و$(T_3):y=\left(\dfrac{1}{2}+\ln 4\right)(x-1)$.	0,75	
ب) رسم المماسين (T_0) و (T_3) و المنحنى (C).	0,75	
5) أ) $H'(x)=(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.	0,25	
ب) $A=\left(\int_{1}^{2} f(x)dx\right)u.a=\left(-\dfrac{3}{2}\ln 3+2\ln 2+\dfrac{7}{4}\right)u.a$ أي $A\approx 1,48u.a$	0,25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	مجموع
التمرين الأوّل: (05 نقاط)		
1) اتجاه تغيّر الدالة f : $f'(x)=\dfrac{2x^2-2x}{(2x-1)^2}$  الدالة f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$.	**0,50** **0,25**	
2) أ) تمثيل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل.	**0,50**	
ب) المتتالية (u_n) يبدو أنّها متناقصة تماما و متقاربة.	**0,50**	
جـ) برهان من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 6$	**0,50**	
د) المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.	**0,50**	
هـ) (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي متقاربة إلى العدد 1.	**0,25**	
3) أ) (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول $w_0=\ln\dfrac{5}{6}$.	**0,25**	
ب) $w_n=w_0 2^n$ ومنه $w_n=2^n\ln\dfrac{5}{6}$. $w_n=\ln(v_n)$ نجد $v_n=e^{w_n}$ أي $v_n=\left(\dfrac{5}{6}\right)^{2^n}$.	**0,25** **0,25**	
جـ) $u_n=\dfrac{1}{1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^{2^n}}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{5}{6}\right)^{2^n}=0$. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$	**0,50** **0,25**	
4) $S_n=1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^1+1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^2+1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^4+.....+1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^{2^n}$ أي $S_n=(n+1)-\left(\dfrac{5}{6}\right)\times\dfrac{1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^{2n+2}}{\dfrac{11}{36}}$ و منه $S_n=n+\dfrac{30}{11}\left(\dfrac{5}{6}\right)^{2n+2}-\dfrac{19}{11}$.	**0,50**	**05**
التمرين الثاني: (04,5 نقطة)		
I) 1) $S=\left\{\dfrac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}-\sqrt{2}i;\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right\}$	**01**	
2) $z=\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{0i}$ و $z=2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z=2e^{i\frac{\pi}{4}}$.	**0,75**	**03,75**
II) 1) تعليم النقط.	**0,50**	
2) $d=-\sqrt{2}+3\sqrt{2}i$ ، $e=-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$.	**0,50×2**	
III) 1) $z=\cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$.	**0,50**	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
2) الرباعي $BDFE$ مربع.	$0,75$	$0,75$
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) ABC مثلث قائم في A.	$0,50$	
2) $(P): x+y+z-3=0$.	$0,50$	
3) أ) دراسة تعامد (P) و (P'): $\overrightarrow{n_{(P)}}(1;1;1)$ ناظمي لـ (P). $\overrightarrow{n_{(P')}}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P'): $\overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(P')}}=0$.	$0,50$	
ب) تبيان أن المستقيم (Δ) هو مستقيم تقاطع (P) و (P'). (تُقبل كل الطرق).	$0,75$	04
4) أ) H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ) معناه $H\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{HD}\perp\overrightarrow{V}$	$0,50$	
ب) $d(D;(\Delta))=HD=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$.	$0,50$	
5) أ) $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ)	$0,25$	
ب) $V_{ABCE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AB\times AC\times EA=27u.v$.	$0,50$	
التمرين الرابع: (06,5 نقطة)		
I) 1) أ) $\lim_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=0$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.	$0,50$	
ب) $g'(x)=-\ln x$ و إشارة $g'(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير g. تشكيل جدول التغيّرات	$0,75$	
2) تبيان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3;5<\alpha<3,6$	$0,50$	
3) إشارة $g(x)+1$ على $]0;+\infty[$.	$0,25$	
II) 1) $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=0$. $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=0$.	$0,25$ $0,25$	
2) أ) برهان أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.	$0,50$	$05,5$
ب) الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$ و متناقصة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$ جدول التغيرات	$0,25$ $0,25$	
جـ) $(T): y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$	$0,50$	
د) $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=0$ ، المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مماسا أفقيا معادلته : $y=f(\alpha)$ عند النقطة ذات الفاصلة α.	$0,50$	
3) أ) تبيان أنّ: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$.	$0,25$	
ب) $0,28<f(\alpha)<0,29$.	$0,25$	
جـ) الرسم.	$0,50$	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
4) أ) التحقق من أن (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x-m$	$0,25$	01
ب) المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه $-m<-\frac{1}{2}$ أي $m\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.	$0,25$	
5) أ) تبيان أن الدالة h زوجية.	$0,25$	
ب) الرسم.	$0,25$	