

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2;2;0)$ ،  $B(0;-2;2)$ ، و  $C(1;1;3)$ .

(1) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(P)$  الذي يشمل النقطة  $A$  ويعامد المستقيم  $(BC)$ .

(2) نعتبر  $(P')$  المستوي المحوري للقطعة  $[AB]$ ، تحقق أن معادلة  $(P')$  هي:  $x + 2y - z = 0$ .

(3) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(P')$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$ ، يطلب إيجاد تمثيل وسيطي له.

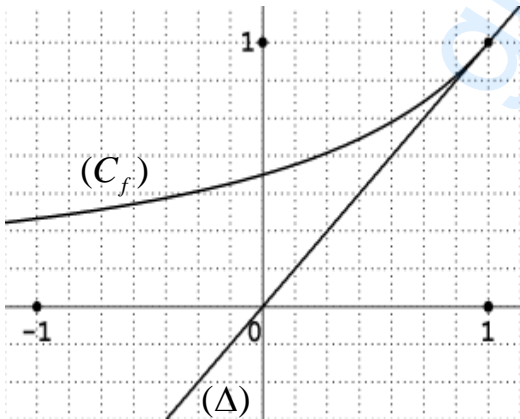
(4) بين أن النقطة  $G$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A;1), (B;1), (C;-12)\}$  هي نقطة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(ABC)$ ،

ثم عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 12\overrightarrow{MC}\| = 10\|\overrightarrow{OA}\|$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 1]$  ب:  $f(x) = \frac{1}{2-x}$ .  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن  $(\Delta)$  المستقيم ذا المعادلة  $y = x$ .



$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول  $u_0 = -1$  حيث

ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

(1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل

الحدود  $u_0$ ،  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$  مبرزاً خطوط التمثيل،

ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n < 1$ .

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

(4) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $v_n = \frac{2}{1-u_n}$ .

(أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية أساسها 2 ثم عين عبارة حدها العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(ب) استنتج عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

## التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقتها :  $z_A = -1$  ،  $z_B = 2+i$  و  $z_C = -i$ .

(1) اكتب العدد المركب  $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$  على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

(2) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $C$  ويحول  $B$  إلى  $A$ .

(3) نعتبر النقطة  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى  $C$  والنقطة  $E$  صورة  $D$  بالتشابه  $S$ .

(أ) عيّن  $z_D$  لاحقة  $D$  ثم تحقق أن:  $z_E = 1 - 2i$  حيث  $z_E$  لاحقة  $E$ .

(ب) حدّد طبيعة الرباعي  $ADEB$ .

(4)  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$ . ( $M$  تختلف عن  $A$  و  $B$ )

حيث  $\arg(z - z_A) - \arg(z - z_B) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ;  $k \in \mathbb{Z}$

تحقق أن النقطة  $C$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$ ، ثم حدّد طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  وأنشئها.

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $D_f$  حيث  $D_f = ]-\infty; 1[ \cup ]2; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = -2x + 3 + 2 \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) (أ) احسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  ، ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

(ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $D_f$  ،  $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$  ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) (أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$  ،  $(3-x) \in D_f$  و  $f(3-x) + f(x) = 0$

(ب) استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $]0,45; 0,46[$  ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر  $\beta$  يُطلب تعيين حصر له.

(5) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = -2x + 3$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$ ، ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(\Delta)$ .

(6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

(7) بيّن أن الدالة:  $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$  أصلية للدالة  $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$  على  $]2; +\infty[$ .

ثم احسب بدلالة  $\beta$  مساحة الحيز المستوي المُحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$x = 3 \text{ و } x = \beta , y = -2x + 3$$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط  $A(1;1;0)$ ،  $B(-1;2;-3)$ ،  $C(0;5;2)$ ،  $D(4;7;0)$ .(1) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  تعين مستو.(2) أ) أثبت أن المستقيم  $(CD)$  عمودي على كل من المستقيمين  $(AB)$  و  $(AC)$ .ب) جد معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$ ، ثم احسب المسافة بين النقطة  $D$  والمستوي  $(ABC)$ .(3) أ) حدّد طبيعة المثلث  $ABC$ .ب) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي  $k$ ،  $4^{5k} \equiv 1[11]$ .(2) استنتج تبعاً لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $4^n$  على 11.(3) بين أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $(2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1)$  يقبل القسمة على 11.(4) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها العدد  $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3)$  قابلاً للقسمة على 11.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .نعتبر النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  التي لواحقها:  $z_A = 1+i$ ،  $z_B = \bar{z}_A$ ،  $z_C = \frac{1}{2}(1-i)$  و  $z_D = \bar{z}_C$ .(1) أ) اكتب  $z_A$  و  $z_C$  على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي للعددين  $z_B$  و  $z_D$ .ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق:  $(z_A)^n = (z_B)^n$ .(2) أ) اوجد نسبة ومركز التحاكي  $h$  الذي يحول  $D$  إلى  $A$  ويحول  $C$  إلى  $B$ .ب) احسب طولية العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ADCB$ .(3) جد  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A; 2), (B; 2), (C; -1), (D; -1)\}$ .(4) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث:  $\|2\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC} - \vec{MD}\| = \sqrt{5}$ .بين أن  $A$  نقطة من  $(\Gamma)$ ، ثم حدّد طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  وعناصرها المميزة وأنشئها.

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

**(I)** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = x^3 + 6x + 12$ .

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ .

(2) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $\alpha \in ]-1,48; -1,47[$  ثم استنتج حسب قيم العدد

الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

**(II)** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$ .

ولیکن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 + 2)^2}$ ،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(2) أ) بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .

ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(3) بيّن أنّ  $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(4) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(5) نرمز بـ  $S$  إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها

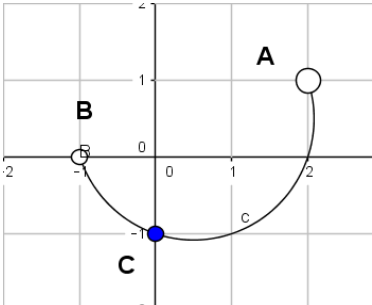
$x = \alpha$ ،  $x = 0$  و  $y = 0$ .

أثبت أنّ: من أجل كل  $x \in [\alpha; 0]$ ،  $-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ، ثم بيّن أنّ:  $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$ .

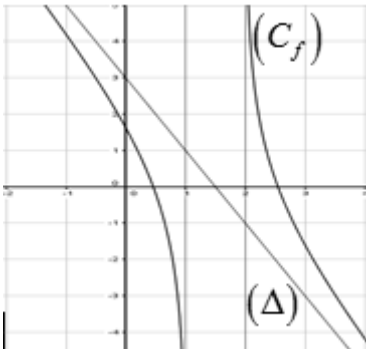
الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
<b>الموضوع الأول</b>		
<b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>		
0.50	0.50	(1) معادلة المستوي $(P): x + 3y + z - 8 = 0$
01	01	(2) التحقق أن معادلة $(P')$ هي : $x + 2y - z = 0$ .
0.75	0.25	(3) $(P)$ و $(P')$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ لأن الشعاعين الناظمين لكل من $(P)$ و $(P')$ غير مرتبطين خطياً
	0.50	$\begin{cases} x = 5t - 16 \\ y = -2t + 8 \\ z = t \end{cases} / t \in \mathbb{R} : (\Delta)$ التمثيل الوسيطى للمستقيم $(\Delta)$
1.75	0.50	(4) إحداثيات $G: \left(1; \frac{6}{5}; \frac{17}{5}\right)$
	0.25	(1)..... $C; B; A$ لأنها مرجح للنقط الثلاث $G \in (ABC)$
	0.25	(2)..... $(\Delta)$ تحقق جملة التمثيل الوسيطى لـ $G \in (\Delta)$
		من (1) و (2) نجد $\{G\} = (ABC) \cap (\Delta)$ مجموعة النقط:
	0.50	$MG = OA$ تكافئ $\ \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 12\overrightarrow{MC}\  = 10\ \overrightarrow{OA}\ $
	0.25	$(E)$ سطح كرة مركزها $G$ ونصف قطرها $OA$
<b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b>		
0.75	0.50	(1) رسم الشكل المقابل وتمثيل الحدود $u_0, u_1, u_2, u_3$ مُبرزاً خطوط التمثيل
	0.25	التخمين : المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما ومتقاربة

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
0.75	0.75	(2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n < 1$ .
0.75	0.50	(3) اتجاه التغير : نجد $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)^2}{2-u_n}$ و منه المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما .
	0.25	تقارب $(u_n)$ : المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما ومحدودة فهي متقاربة .
1.75	0.50	(4) أ) المتتالية $(v_n)$ حسابية أساسها 2 : $v_{n+1} - v_n = 2$
	0.50	عبارة الحد العام : $v_n = 2n + 1$
	0.50	ب) عبارة $u_n$ بدلالة $n$ : $u_n = 1 - \frac{2}{2n+1}$
	0.25	النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.50	(1) الشكل الاسي: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{2}}$
	0.50	طبيعة المثلث $ABC$ : المثلث $ABC$ قائم في $C$ لان $(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2}$
01	01	(2) العبارة المركبة للتشابه المباشر $S$ : $z' = \frac{1}{2}i z - \frac{1}{2} - i$
1.50	0.50	(3) أ) لاحقة $D$ : $z_D = -2 - 3i$
	0.25	التحقق أن: $z_E = 1 - 2i$
	0.75	ب) الرباعي $ADEB$ معين .
01.50	0.25	(4) التحقق أن النقطة $C$ تنتمي الى $(\Gamma)$ : $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$
	0.25	طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ :
	0.50	$(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ / معناه $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ $(\Gamma)$ هي نصف الدائرة المفتوحة التي حدها النقطتين $A$ و $B$ وتشمل النقطة $C$ . إنشاء $(\Gamma)$ .
	0.50	

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة														
المجموع	مجزأة															
<b>التمرين الرابع: (07 نقاط)</b>																
1.25	2×0.25 0.25	(1) أ) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ وجود مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=1$ ; $x=2$														
	2×0.25	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$														
01	0.50	(2) بين أنه من أجل كل $x$ من $D_f$ ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، جدول تغيرات الدالة $f$ .														
	0.50	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math> ↘ <math>-\infty</math></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td><math>+\infty</math> ↘ <math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$	$f'(x)$	-			-	$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$		
$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$												
$f'(x)$	-			-												
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$			$+\infty$ ↘ $-\infty$												
01	0.25 0.50	(3) أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ ، $(3-x) \in D_f$ ، من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ ، $f(3-x) + f(x) = 0$														
	0.25	ب) $(C_f)$ يقبل مركز تناظر إحداثياته: $A(\frac{3}{2}; 0)$														
01	0.50	(4) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]0, 45; 0, 46[$														
	0.25	استنتج أنها تقبل حلا آخر $\beta$ لدينا $f(3-\alpha) + f(\alpha) = 0$ و $f(\alpha) = 0$														
	0.25	$\beta = 3 - \alpha$ حصر $\beta$ : $2,54 \leq \beta \leq 2,55$														
01	0.50	(5) $(\Delta)$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$														
	0.50	وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$ . لما $x < 1$ يقع تحت $(\Delta)$ . لما $x > 2$ يقع فوق $(\Delta)$ .														
0.75	0.25	(6) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ .														
	0.50															

## الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
01	0.50	(7) اثبات أن الدالة: $h: x \mapsto (x-1)\ln(x-1) - (x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2; +\infty[$ .
	0.50	حساب بدلالة $\beta$ المساحة : $S = \int_{\beta}^3 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)dx = 2h(3) - 2h(\beta)$



الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
<b>الموضوع الثاني</b>		
<b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>		
0.75	0.75	(1) اثبات أن النقط $A, B, C$ تعين مستو
1.75	0.50	(2) أ) $\begin{cases} \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$ يكفي اثبات $\begin{cases} (CD) \perp (AB) \\ (CD) \perp (AC) \end{cases}$
	0.75 0.50	ب) معادلة المستوي $(ABC): 2x + y - z - 3 = 0$ حساب المسافة $d(D; (ABC)) = 2\sqrt{6}$
1.50	0.50	(3) أ) المثلث $ABC$ قائم في النقطة $A$ لأن $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$
	01	ب) حجم رباعي الوجوه $ABCD: V_{ABCD} = 14 u.v$
<b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b>		
01	01	(1) اثبات ان: من أجل كل عدد طبيعي $k, 4^{5k} \equiv 1[11]$
01	01	(2) الاستنتاج $4^{5k} \equiv 1[11]; 4^{5k+1} \equiv 4[11]; 4^{5k+2} \equiv 5[11]; 4^{5k+3} \equiv 9[11]; 4^{5k+4} \equiv 3[11]$
01	01	(3) اثبات أن: من أجل كل عدد طبيعي $n, (2 \times 2017^{5n+3} + 3 \times 1438^{10n} + 1) \equiv 0[11]$
01	01	(4) $n = 11k + 6 / k \in \mathbb{N}$ معناه $(2 \times 2017^{5n+2} + n - 3) \equiv 0[11]$
<b>التمرين الثالث: (05 نقاط)</b>		
1.50	2×0.25	(1) أ) اكتب $z_C = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_A = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$
	2×0.25	استنتاج الشكل الأسي $z_B = \bar{z}_A = \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_D = \bar{z}_C = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$
	0.50	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق: $(z_A)^n = (z_B)^n$ معناه $n = 4k / k \in \mathbb{N}$
1.50	0.50	(2) أ) مركز التحاكي $h$ هو $O$ ونسبته 2
	0.25	ب) $\frac{ z_C - z_B }{ z_D - z_A } = 1$
	0.75	الرباعي $ADCB$ شبه منحرف متساوي الساقين لأن $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC} \\ BC = AD \end{cases}$
0.50	0.50	(3) $z_G = \frac{3}{2}$

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة											
المجموع	مجزأة												
1.50	0.50	$2(z_B - z_A) - (z_C - z_A) - (z_D - z_A) = 1 - 2i$ لأن $A \in (\Gamma)$ (4)											
	0.50	المجموعة $(\Gamma)$ هي مجموعة نقط دائرة مركزها $G$ ونصف قطرها $\frac{\sqrt{5}}{2}$											
	0.50	انشاء $(\Gamma)$											
التمرين الرابع: (07 نقاط)													
0.50	0.25 0.25	(I) 1) دراسة اتجاه التغير: $g$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدنا $g'(x) = 3x^2 + 6$ $3x^2 + 6 > 0$ لأن $\mathbb{R}$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$											
01	0.50 0.50	(2) اثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $\alpha \in ]-1,48; -1,47[$ إشارة $g(x)$											
<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table>			$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$	$-$	$0$	$+$			
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$										
$g(x)$	$-$	$0$	$+$										
1.75	0.50	(1(II) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$											
	0.50	ب) تبيان أن: من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = \frac{x g(x)}{(x^2 + 2)^2}$											
	0.25	اتجاه تغير الدالة:											
<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table>			$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$									
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$								
<p>الدالة <math>f</math> متناقصة تماما على <math>[\alpha; 0]</math> و متزايدة تماما على المجالين <math>]-\infty; \alpha]</math> و <math>[0; +\infty[</math></p>													

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة																
المجموع	مجزأة																	
	0.50	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>f(\alpha)</math></td> <td><math>-3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-3$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$														
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$													
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-3$	$+\infty$														
01	0.50	$\lim_{ x  \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{ x  \rightarrow +\infty} \frac{-2(x+3)}{x^2+2} = 0 \quad (1) \quad (2)$																
	0.50	<p>(ب) الوضع النسبي للمنحني <math>(C_f)</math> بالنسبة الى <math>(\Delta)</math></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)-x</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> </table> <p><math>x \in ]-\infty; -3[</math> لما <math>(\Delta)</math> فوق <math>(C_f)</math>  <math>x \in ]-3; +\infty[</math> لما <math>(\Delta)</math> تحت <math>(C_f)</math>  <math>(C_f) \cap (\Delta) = \{I(-3; -3)\}</math></p>	$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$	$f(x)-x$	$+$	$0$	$-$								
$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$															
$f(x)-x$	$+$	$0$	$-$															
01	0.50	<p>(3) بيان أن <math>f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha</math>  استنتاج حصرا للعدد <math>f(\alpha)</math>.  <math>-2,22 &lt; f(\alpha) &lt; -2,21</math></p>																
	0.50																	
0.75	0.25	<p>(4) رسم المستقيم <math>(\Delta)</math> والمنحني <math>(C_f)</math>.</p>																
	0.50																	
	0.25	<p>(5) اثبات أن: من أجل كل <math>x \in [\alpha; 0]</math> ، <math>-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)</math> ، ثم بيان أن : <math>\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha</math>  من جدول تغيرات الدالة <math>f</math></p>																

## الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : تقني رياضي/البكالوريا دورة: 2017

العلامة		عناصر الإجابة
المجموع	مجزأة	
01	0.75	<p>إذا كان <math>\alpha \leq x \leq 0</math> فإن <math>f(0) \leq f(x) \leq f(\alpha)</math></p> $-\int_{\alpha}^0 f(\alpha)dx \leq -\int_{\alpha}^0 f(x)dx \leq -\int_{\alpha}^0 (-3)dx$ <p>معناه <math>\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha</math></p>