



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
دورة: 2018



وزارة التربية الوطنية  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

الدالة العددية المعرفة والمتزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty[$  بـ  $f(x) = \frac{2x}{e \cdot x + 1}$  (أساس اللوغاريتم النيبيري)

و  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول  $u_0 = \frac{5}{4e}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > \frac{1}{e}$ .

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{e \cdot u_n (\frac{1}{e} - u_n)}{e \cdot u_n + 1}$  ،

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و برّر أنها متقاربة.

(2) لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما يلي:  $v_n = \frac{e \cdot u_n}{e \cdot u_n - 1}$

أثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$  و عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = 1 + \frac{1}{e \cdot u_n - 1}$  و استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ .

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 7.

ب) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها  $S_n$  يقبل القسمة على 7.



## التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقطتين  $A(0;0;2)$ ،  $B(0;3;-1)$

$$\text{والمستوي } (p) \text{ المعرف بالتمثيل الوسيطى: } \begin{cases} x = t + m \\ y = 4t - 2m + 1 \\ z = t - 2m - 2 \end{cases} \text{ حيث } m \text{ و } t \text{ عددا حقيقيان.}$$

- (1) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(Q)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و  $\vec{n}(2;2;-1)$  شعاع ناظمي له.
- (2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و يعامد المستوي  $(Q)$ .
- (3) أ) تحقق أن:  $2x - y + 2z + 5 = 0$  معادلة ديكرتية للمستوي  $(p)$ .  
ب) بين أن المستوي  $(p)$  يشمل النقطة  $B$  و يعامد المستوي  $(Q)$ .
- (4) لتكن  $M$  نقطة احدائياتها  $(2t; 2t; -t+2)$  حيث  $t$  عدد حقيقي.  
أ) عين قيم  $t$  بحيث تكون  $d(M; (P)) = d(M; (Q))$  ( ترمز  $d$  الى المسافة بين نقطة و مستوي ).  
ب) استنتج احدائيات  $C$  مركز سطح الكرة  $(S)$  التي تماس كل من المستويين  $(Q)$  و  $(p)$  في النقطتين  $A$  و  $B$  على الترتيب و احسب نصف قطرها.

## التمرين الثالث: (05 نقاط)

- I) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$ .
- II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(o; \vec{u}, \vec{v})$ .  
لتكن النقطتين  $A$  و  $B$  لاحقتاهما  $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$  و  $z_B = \overline{z_A}$  ( $\overline{z_A}$  يرمز الى مرافق  $z_A$ )
- (1) اكتب على الشكل الأسّي كل من العددين المركبين  $z_A$  و  $\frac{1}{z_B}$ ، ثم بين أن العدد  $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$  تخيلي صرف.
- (2) لتكن النقطة  $C$  صورة  $B$  بالتحاكي  $h$  الذي مركزه  $\omega$  ذات اللاحقة  $z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ونسبته  $(-3)$ .  
بين أن لاحقة النقطة  $C$  هي  $z_C = -\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$
- (3) احسب  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  صورة  $B$  بالدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  و زاويته  $(-\frac{\pi}{2})$ .
- (4) أ) بين أن  $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ACD$ .  
ب) اوجد لاحقة النقطة  $E$  بحيث يكون الرباعي  $ACED$  مربعا.

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

- $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty; 1[$  ب:  $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .



- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  ثم فسر النتيجة بيانياً و احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
- (2) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $] -\infty; 1[$  :  $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$  و ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة صفر.  
ب)  $h$  دالة عددية معرفة على المجال  $] -\infty; 1[$  ب:  $h(x) = e^{-x} + x - 1$  .  
ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  ثم استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $] -\infty; 1[$  :  $h(x) \geq 0$
- (4) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $] -\infty; 1[$  :  $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$  ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(T)$  . فسر النتيجة بيانياً.
- (5) أكتب معادلة المستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل مبدأ المعلم  $O$  و النقطة  $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$  ثم ارسم المستقيمين  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  على المجال  $] -2; 1[$  .
- (6) أ) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $] -1; 0[$  :  $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$  .  
ب) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $] -1; 0[$  :  $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$  ثم بيّن أنّ  $1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$
- (7)  $m$  وسيط حقيقي ، ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة :  $f(x) = mx$  ، حيث  $x \in ] -2; 1[$



## الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (02) صفحات (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

### التمرين الأول: (04 نقاط)

- لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بعدها العام كما يلي  $u_n = 2(3)^n$  .  
 و  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة بعدها الأول  $v_0 = 4$  و من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_{n+1} = 5v_n + u_n$  .  
 (1) نضع من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$  .  
 - اثبت أن  $(w_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{5}{3}$  ، يطلب تعيين حدّها الأول .  
 (2) اكتب عبارة الحد العام  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنّه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = 5^{n+1} - 3^n$  .  
 (3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  ، بواقي القسمة الاقليدية للعددين  $3^n$  و  $5^n$  على 8 .  
 (4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $v_n$  على 8 .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- كيس به 7 كريّات متماثلة، لا نفرّق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء .  
 نسحب عشوائيا و في آن واحد كريّتين من الكيس .  
 (I) احسب احتمال الحادثة  $A$  : " سحب كريّتين مختلفتين في اللون " .  
 (2) احسب احتمال الحادثة  $B$  : " سحب كريّتين من نفس اللون " .  
 (II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب  $\alpha(DA)$  ، ( حيث  $\alpha$  عدد طبيعي معطى و  $DA$  تعني دينار جزائري ) .  
 فإذا سحب كريّتين بيضاوين يتحصل على  $100DA$  ، و إذا سحب كريّتين مختلفتين في اللون يتحصل على  $50DA$  ،  
 وإذا سحب كريّتين خضراوين يخسر ما دفعه . وليكن  $X$  المتغيّر العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة  $\alpha$  .  
 (1) برّر أنّ قيم المتغيّر العشوائي هي  $\{-\alpha, 50 - \alpha, 100 - \alpha\}$  ثم عرّف قانون احتمالته .  
 (2) بيّن أنّ الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي  $X$  بدلالة  $\alpha$  هو :  $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$  .  
 ثم اوجد أكبر قيمة ممكنة لـ  $\alpha$  حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

### التمرين الثالث : ( 05 نقاط )

- (I) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية :  $4z^2 - 2z + 1 = 0$  ... (E)  
 ب) اكتب العددين  $\frac{1}{z_1}$  و  $\frac{1}{z_2}$  على الشكل الأسّي حيث  $z_1$  و  $z_2$  حلا المعادلة (E) .  
 (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  . نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  لاحقاتها  
 $z_A = 4$  ،  $z_B = 1 + i\sqrt{3}$  و  $z_C = 1 - i\sqrt{3}$  .



- (1) أ) احسب  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$  ثم حدد طبيعة المثلث  $ABC$ .  
 ب) استنتج أن  $B$  هي صورة  $C$  بدوران مركزه  $A$  يطلب تعيين زاويته .
- (2) اوجد لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $A$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\overline{CB}$  و استنتج بدقة طبيعة الرباعي  $ACBD$ .
- (3) حدّد طبيعة  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي المركب ذات اللاحقة  $z$  التي تُحقق ما يلي:  

$$|iz + \sqrt{3} - i| = |z - 1 + i\sqrt{3}|$$
- (4) بيّن أنّ النقطة  $G$  مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$  تنتمي إلى  $(\gamma)$ .

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0;1[$  بـ :  $g(x) = 2 - x + \ln x$ .  
 (1) أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $g$  على المجال  $]0;1[$ .  
 ب) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0,15 < \alpha < 0,16$ .  
 (2) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0;1[$ .
- (II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]1;+\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{1-2x + \ln x}{x-1}$ .  
 و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .  
 (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  (يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل  $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{\ln x}{x-1}$ ) ،  
 ثم فسّر النتيجةين بيانياً.  
 (2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]1;+\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$ .  
 ب) بيّن أن  $f$  متزايدة تماما على  $\left]1; \frac{1}{\alpha}\right]$  و متناقصة تماما على  $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$  ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .  
 (3) ادرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  ذي معادلة  $y = -2$ .  
 (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى  $(C_f)$  (يعطى  $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = -1,8$ ).  
 (5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $|f(x)| = m$  حلين متمايزين.

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا: 2018

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
1	0.25	التمرين الأول (04 نقاط) (1) أ- برهان بالتراجع أن: $u_n > \frac{1}{e}$ • نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$ : $\frac{1}{e} < u_0$ : $\frac{1}{e} < \frac{5}{4e}$ • نفرض من أجل عدد طبيعي $n$ أن: $\frac{1}{e} < u_n$ و $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ إذن : $f\left(\frac{1}{e}\right) < f(u_n)$ و منه $\frac{1}{e} < u_{n+1}$ ب- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(1-u_n)}{eu_{n+1}}$ - ومنه و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن $(u_n)$ متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{e}$ فهي متقاربة .
	0.25x 2	0.25
01	0.5	(2) اثبات أن $(v_n)$ هندسية : من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_{n+1} = \frac{2eu_n}{eu_n - 1}$ $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ و $v_0=5$ و $v_n = 5 \times 2^n$
01.25	0.25x2	(3) أ- التحقق أن $v_n = 1 + \frac{1}{eu_n - 1}$ ، استنتاج $u_n = \frac{5 \times 2^n}{e(5 \times 2^n - 1)}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{e}$ ب- $S_n$ مجموع متتالية هندسية : $S_n = 5 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 5[2^{n+1} - 1]$
	0.25	0.5
0.75	0.5	(4) أ) بواقي قسمة $2^n$ على 7 هي $\{1; 2; 4\}$ : $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ( $k \in \mathbb{N}$ ) $2^{3k} \equiv 1[7]$ $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ ب) $S_n \equiv 0[7]$ و منه $10 \times 2^n \equiv 5[7]$ و منه $2^n \equiv 4[7]$ و إذن $n = 3k + 2$
	0.25	

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا: 2018

01	0.5×2	التمرين الثاني : (04 نقاط) 1) معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : ..... (Q): $2x+2y-z+2=0$
01	0.5×2	2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): ..... (Δ): $\begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=-t+2 \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ شعاع توجيه لـ (Δ) $\vec{n}(2;2;-1)$
01.25	0.25×2 0.5 0.25	3) أ) التحقق أن معادلة ديكرتية للمستوي (p) $2x-y+2z+5=0$ ..... ب) (p) يشمل B ..... ..... $\vec{n} \cdot \vec{n} = 0$ ومنه $(p) \perp (Q)$
0.75	0.25 0.25 0.25	4) أ) تعيين قيم t : $ t =1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر r : $r = d(C;(p)) = d(C;(Q)) = 3$ (تقبل إجابات أخرى) .....
01.5	0.5×3	التمرين الثالث : (06 نقاط) I) حل المعادلة : $\Delta = -8$ ، $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ .....
1.25	0.5×2 0.25	II) 1) الكتابة على الشكل الأسّي: $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ..... - لدينا : $e^{i\frac{\pi}{2}} = i = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^2 = \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^2$ .....
1.25	0.25 0.5×2	2) نجد $z_C - z_\Omega = -3(z_B - z_\Omega)$ نجد $z_C = -\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ .....
1.5	0.5×3	3) نجد $z_D - z_O = -i(z_B - z_O)$ نجد $z_D = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ .....
0.5	0.25 0.25	4) أ) تبيان أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ - استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E - z_C = z_D - z_A$ نجد $z_E = -3\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ .....

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا: 2018

		التمرين الرابع: (06 نقاط)
		$f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$ دالة معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$
01.25	0.5×2 0.25	(1) نهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ (d): $x=1$ معادلة مقارب عمودي
1	0.25 0.25 0.5	(2) بيان أن من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $f'(x) = \frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$ من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $f \cdot f'(x) < 0$ دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty; 1[$ جدول التغيرات.
01	0.5 0.25 0.25	(3) أ- معادلة المماس (T): $y = -x$ عند $0$ ب- اتجاه تغير الدالة $h$ : بيان أن من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $h'(x) = -e^{-x} + 1$ من أجل $x \in ]-\infty; 0[$ : $h'(x) \leq 0$ ، $h$ متناقصة تماما على مجال $]-\infty; 0[$ من أجل $x \in [0; 1[$ : $h'(x) \geq 0$ ، $h$ متزايدة تماما على مجال $[0; 1[$ $h(0) = 0$ قيمة حدية صغرى للدالة $h$ على المجال $]-\infty; 1[$ منه: $h(x) \geq 0$
0.75	0.25 0.25 0.25	(4) بيان أن من أجل $x \in ]-\infty; 1[$ : $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ - الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمماس (T): من أجل $x \in ]-\infty; 0[$ : المنحنى $(C_f)$ يقع فوق المماس (T) من أجل $x \in [0; 1[$ : المنحنى $(C_f)$ يقع تحت المماس (T) من أجل $x = 0$ المماس (T) يخترق المنحنى $(C_f)$ تفسير الهندسي: مبدأ المعلم $O$ نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$
0.75	0.25 0.5	(5) معادلة المستقيم $(\Delta): y = -\frac{e^2}{3}x$ وإنشاء المماس (T) ، $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$ .
0.5	0.5	(6) أ- إثبات أنه من أجل $x \in [-1; 0]$ : $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$ : $f(x) - \frac{x}{x-1} = \frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$ : لدينا $e^{-x} - 1 \geq 0$ و $\frac{x}{x-1} \geq 0$ إذن $f(x) \geq \frac{x}{x-1}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$ : $f(x) - e^{-x} = \frac{e^{-x}}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$ : لدينا $e^{-x} > 0$ و $x-1 < 0$ إذن $f(x) < e^{-x}$





الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا: 2018

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموع	مجزأة													
		<b>التمرين الأول: ( 03 نقاط )</b>												
0.75	0.25×3	(1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1} = \frac{v_{n+1}}{u_{n+1}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3} \left( \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2} \right)$ أي $w_{n+1} = \frac{5}{3} w_n$ و منه $(w_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{3}$ و حدّها الأول $w_0 = \frac{5}{2}$ .												
0.75	0.25	(2) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_n = \frac{5}{2} \left( \frac{5}{3} \right)^n$												
	0.5	استنتاج أنّه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n = 5^{n+1} - 3^n$												
01	01	(3) $3^2 \equiv 1[8]$ ، $3^1 \equiv 3[8]$ ، $3^0 \equiv 1[8]$ إذن: من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $3^{2k} \equiv 1[8]$ و $3^{2k+1} \equiv 3[8]$ $5^2 \equiv 1[8]$ ، $5^1 \equiv 5[8]$ ، $5^0 \equiv 1[8]$ إذن : من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $5^{2k} \equiv 1[8]$ و $5^{2k+1} \equiv 5[8]$												
0.5	0.5	(4) من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $v_{2k} \equiv 4[8]$ و $v_{2k+1} \equiv 6[8]$												
		<b>التمرين الثاني: ( 05 نقاط )</b>												
01.5	0.5×3	I. (1) A : " سحب كرتين مختلفتين اللون ." $p(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$												
01.5	0.5×3	(2) B : " سحب كرتين من نفس اللون ." $p(B) = 1 - p(A) = \frac{3}{7}$												
01.5	1	II (1) تبرير قيم المتغير العشوائي $X$ ..... – قانون الاحتمال للمتغير العشوائي												
01.5	0.5	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>\{B, B\}</math></th> <th><math>\{B, N\}</math></th> <th><math>\{N, N\}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td><math>100 - \alpha</math></td> <td><math>50 - \alpha</math></td> <td><math>-\alpha</math></td> </tr> <tr> <td><math>p(X = x_i)</math></td> <td><math>\frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}</math></td> <td><math>\frac{12}{21}</math></td> <td><math>\frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}</math></td> </tr> </tbody> </table>		$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$	$x_i$	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$	$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$
	$\{B, B\}$	$\{B, N\}$	$\{N, N\}$											
$x_i$	$100 - \alpha$	$50 - \alpha$	$-\alpha$											
$p(X = x_i)$	$\frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$											
0.5	0.25	(2) تبيان أنّ : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$												
0.5	0.25	– حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X) > 0$ أي: $-\alpha + \frac{300}{7} > 0$ و منه $\alpha < 42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ $\alpha$ هي $42,85$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1.5	1	التمرين الثالث: ( 04 نقاط ) $z_2 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i \text{ و } z_1 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i \text{ ؛ } \Delta = -12 = (2\sqrt{3}i)^2 \text{ (I) أ}$
	0.5	ب) $\frac{1}{z_2} = 1 - \sqrt{3}i = 2e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{1}{z_1} = 1 + \sqrt{3}i = 2e^{i(\frac{\pi}{3})}$ .....
1.25	0.5	$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{i(-\frac{\pi}{3})} : \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} \text{ حساب (II) 1 أ}$ <p>إذن المثلث <math>ABC</math> متقايس الأضلاع.</p>
	0.25	
0.5	0.25	ب) $B$ هي صورة $C$ بالدوران الذي مركزه $A$ و زاويته $(-\frac{\pi}{3})$
0.5	0.25	2) $T_{\overline{CB}}(A) = D$ معناه $\overline{AD} = \overline{CB}$ أي $z_D - z_A = z_B - z_C$ و منه $z_D = 4 + 2\sqrt{3}i$ . الرباعي $ACBD$ معين.
0.5	0.5	3) لتكن $M$ نقطة لاحقتها $z$ ، $ z - (1 + i\sqrt{3})  =  z - (1 - i\sqrt{3}) $ معناه $M \in (\gamma)$ أي $BM = CM$ و بالتالي $(\gamma)$ هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل).
0.25	0.25	4) $G$ مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$ أي $AG = BG = CG$ و منه $G \in (\gamma)$
2.75	1	التمرين الرابع: ( 08 نقاط ) 1) أ) من أجل كل $x$ من $]0;1[$ ، $g'(x) = -1 + \frac{1-x}{x} > 0$ ، و منه الدالة $g$ متزايدة تماما على $]0;1[$ . ب) $g$ مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0,15;0,16]$ و $g(0,15) \times g(0,16) < 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد $\alpha$ وحيد حيث $g(\alpha) = 0$ و $0,15 < \alpha < 0,16$ .
	1	2) واستنتاج إشارة $g(x)$ : $0 \quad   \quad - \quad \alpha \quad   \quad + \quad 1 \quad   \quad +\infty$
	0.75	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
01	0.5 0.5	<p>(II) 1 <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty</math>، <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2</math></p> <p><math>(C_f)</math> يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما : <math>x = 1</math> و <math>y = -2</math>.</p>
02.5	1 1 0.5	<p>(2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي <math>x</math> من <math>]1; +\infty[</math> : <math>f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}</math></p> <p>ب) إشارة <math>f'(x)</math> : <math>\frac{1}{\alpha}</math> <math>\rightarrow</math> <math>+\infty</math></p> <p>- تبيان اتجاه تغير الدالة <math>f</math> : - جدول تغيرات الدالة <math>f</math>.</p>
0.75	0.25 0.5	<p>(3) دراسة الوضع النسبي لـ <math>(C_f)</math> و <math>(\Delta)</math>.</p> <p><math>f(x) + 2 = \frac{-1 + \ln x}{x-1}</math> الإشارة : <math>\frac{1}{\alpha}</math> <math>\rightarrow</math> <math>+\infty</math></p> <p>في المجال <math>]1; e[</math> المنحنى <math>(C_f)</math> يكون تحت <math>(\Delta)</math>، في المجال <math>]e; +\infty[</math> المنحنى <math>(C_f)</math> يكون فوق <math>(\Delta)</math>، و لما <math>x = e</math> فإن <math>(C_f)</math> يقطع <math>(\Delta)</math> في النقطة <math>A(e; -2)</math>.</p>
0.5	0.5	<p>(4) رسم المستقيمت المقاربة و المنحنى <math>(C_f)</math>.</p>
0.5	0.5	<p>(5) <math>m \in ]-f(\frac{1}{\alpha}); 2[</math> حتى تقبل المعادلة <math> f(x)  = m</math> حلين متمايزين.</p>