



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2019

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

$(u_n)$  و  $(v_n)$  المتتاليتان العدديتان المعرفتان على  $\mathbb{N}$  كما يلي :

$$v_n = u_n - 3n + 1 \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases}$$

(1) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(2) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية لـ  $7^n$  على 9.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد  $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$  ؟

ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية. اختر الإجابة الصحيحة

مبّرًا اختيارك.

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1, 2, 3 وكرتين سوداوين تحملان الرقمين 1, 2.

(الكرات لا نفرّق بينها عند للمس) نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا وفي آن واحد.

$X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

(1) قيم المتغير العشوائي  $X$  هي: أ)  $\{1; 2; 3\}$  ، ب)  $\{0; 2; 3\}$  ، ج)  $\{0; 1; 2\}$

(2) الأمل الرياضي  $E(X)$  لـ  $X$  هو: أ)  $E(X) = \frac{4}{5}$  ، ب)  $E(X) = \frac{6}{5}$  ، ج)  $E(X) = \frac{11}{10}$ .

(3) احتمال "الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكرات المسحوبة"

يساوي: أ)  $\frac{7}{10}$  ، ب)  $\frac{9}{10}$  ، ج)  $\frac{3}{5}$



- (4) احتمال "باقي قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1" يساوي: (أ)  $\frac{2}{5}$  ، (ب)  $\frac{3}{10}$  ، (ج)  $\frac{1}{5}$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .  $A$  ،  $B$  و  $C$  النقط التي لاحقاتها على

$$\text{الترتيب: } z_A = 1+i, z_B = 2+i, \text{ و } z_C = \frac{3}{2} + i \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

( $\Gamma$ ) الدائرة التي مركزها  $A$  وطول نصف قطرها 1 .

(1) (أ) تحقّق أنّ النقطة  $C$  من الدائرة ( $\Gamma$ ).

(ب) عيّن قياسا بالراديان للزاوية  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$  ثم استنتج أنّ صورة  $C$  بالدوران  $B$  بالمدور  $r$  الذي مركزه  $A$  يطلب تعيين زاويته.

(2)  $S$  التشابه المباشر الذي يحوّل النقطة  $M$  ذات اللاحقة  $z$  إلى النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث:

$$z' = (1+i\sqrt{3})z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$$

(أ) حدّد العناصر المميزة للتشابه  $S$  .

(ب) عيّن  $z_D$  لاحقة  $D$  صورة  $B$  بالتشابه  $S$ .

(3) ماهي نسبة التّحاكي  $h$  الذي مركزه  $A$  حيث  $S = hor$  ؟ استنتج أنّ النقط  $A$  ،  $C$  و  $D$  في استقامية.

(4) ( $E$ ) مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي لاحقتها  $z$  حيث:  $z = z_A + ke^{\frac{i\pi}{3}}$  مع  $k \in \mathbb{R}_+^*$

- تحقّق أنّ النقطة  $C$  من المجموعة ( $E$ ). ثم حدّد طبيعة ( $E$ ) .

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (x+3)e^x - 1$

و ( $C_g$ ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .

بقراءة بيانية

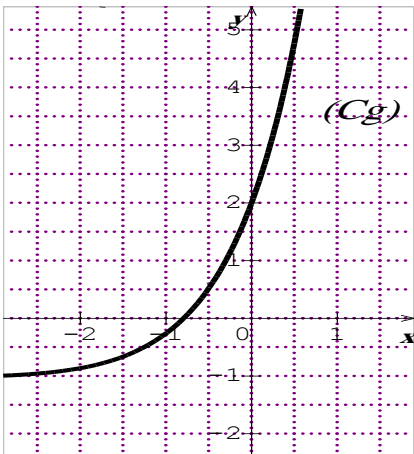
(أ) حدّد إشارة  $g(-1)$  و  $g\left(\frac{-1}{2}\right)$  .

(ب) استنتج وجود عدد حقيقي  $\alpha$  وحيد من المجال  $\left]-1; \frac{-1}{2}\right[$

بحيث  $g(\alpha) = 0$  ثم تحقّق أنّ:  $-0,8 < \alpha < -0,7$  .

(ج) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$





- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- (2) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = g(x)$  ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$  ثم استنتج أنّ  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاريا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.  
 ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .  
 ج) اكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  الموازي للمستقيم  $(\Delta)$ .
- (4) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; 1]$  ( يعطى  $f(\alpha) \approx -0.7$  )
- (5) احسب  $f(x) - g(x)$  ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .
- (6)  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.  
 أ) بيّن أنّ الدالة  $h$  زوجية .  
 ب) تأكد أنّه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  فإنّ :  $h(x) = f(x-2) + 1$ .  
 ج) اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم ارسم  $(C_h)$  على المجال  $[-3; 3]$ .



### الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

#### التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة ذات المجهول  $(x, y)$  :  $(E) : 5x - 3y = 1 \dots$  ، حيث  $x$  و  $y$  عدنان صحيحان.  
 (أ) تحقّق أنّ الثنائية  $(6n + 2 ; 10n + 3)$  حل للمعادلة  $(E)$  حيث  $n$  عدد طبيعي.  
 (ب) استنتج أنّ العددين  $10n + 3$  و  $6n + 2$  أوليان فيما بينهما.  
 (2) نضع  $a = 10n + 3$  و  $b = 3n + 5$  وليكن  $d$  القاسم المشترك الأكبر للعددين  $a$  و  $b$ .  
 (أ) بيّن أنّ  $d = 1$  أو  $d = 41$ .  
 (ب) بيّن أنّه إذا كان  $d = 41$  فإنّ  $n \equiv 12[41]$ .  
 (3) ليكن العدنان الطبيعيان  $A = 20n^2 + 36n + 9$  و  $B = 6n^2 + 19n + 15$ .  
 (أ) بيّن أنّ العددين  $A$  و  $B$  يقبلان القسمة على  $2n + 3$ .  
 (ب) جد بدلالة  $n$  و حسب قيم  $n$  القاسم المشترك الأكبر للعددين  $A$  و  $B$ .

#### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس).  
 نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس .  
 (1) احسب احتمال الحوادث التالية:  
 (أ) الحادثة  $A$  : « الحصول على كرية بيضاء واحدة ».  
 (ب) الحادثة  $B$  : « الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر ».  
 (ج) الحادثة  $C$  : « الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية ».  
 (2) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.  
 (أ) عيّن قيم المتغير العشوائي  $X$  ، ثم عرّف قانون احتمالاه.  
 (ب) احسب  $P(X^2 - X \leq 0)$ .

#### التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (I) (أ) تحقّق أنّ:  $(2 - 2\sqrt{3})^2 = 16 - 8\sqrt{3}$ .  
 (ب) عيّن على الشكل الجبري الجذرين التربيعيين  $L_1$  و  $L_2$  للعدد المركّب  $Z$  حيث:  $Z = -16\sqrt{3} - 16i$



(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  التي

$$\cdot z_C = -\frac{1}{4}z_A \text{ و } z_B = \frac{1}{2}iz_A, \quad z_A = 4e^{i\frac{\pi}{3}} + 4e^{i\frac{5\pi}{6}}$$

$$\cdot z_A = 4\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}} \text{ ثم بيّن أن الشكل الجبري، اكتب } z_A \text{ (1)}$$

$$\cdot \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \text{ و } \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \text{ استنتج القيمتين المضبوطتين للعدد الحقيقيين (2)}$$

$$\cdot S \text{ التشابه المباشر الذي يحوّل } A \text{ إلى } B \text{ و يحوّل } B \text{ إلى } C \text{ (3)}$$

لتكن  $M'$  النقطة ذات اللائحة  $z'$  صورة النقطة  $M$  ذات اللائحة  $z$  بالتشابه  $S$ .

$$\cdot z' = \frac{1}{2}iz \text{ (أ) بيّن أن:}$$

(ب) حدّد العناصر المميزة للتشابه  $S$ .

$$\cdot \{(A; 2), (B; -2), (C; 4)\} \text{ مرجح الجملة } z_G \text{ ذات اللائحة } G \text{ (4)}$$

$$\cdot z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \text{ (أ) بيّن أن:}$$

(ب) مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللائحة  $z$  بحيث:

$$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{2}$$

- حدّد طبيعة (E) وعناصرها المميزة، ثم احسب محيط (E') صورة (E) بالتشابه  $S$ .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة والمتزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$

احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(II) الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

$$(1) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \text{ ثم بيّن أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\text{ (ب) بيّن أنه من أجل كل } x \text{ من } ]0; +\infty[ : f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) اكتب معادلة لـ (T) مماس  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(3) أ) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها  $\alpha$

(ب) تحقّق أنّ:  $0,7 < \alpha < 0,8$ .



(4)  $(\Gamma)$  التمثيل البياني للدالة  $x \mapsto \ln(x+1)$  على المجال  $[0; +\infty[$

(أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x+1))$  ثم فسر النتيجة بيانياً.

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين  $(C_f)$  و  $(\Gamma)$ .

(ج) ارسم المماس  $(T)$  و  $(\Gamma)$  ثم  $(C_f)$ .

(5)  $m$  وسيط حقيقي، عين قيم  $m$  بحيث تقبل المعادلة  $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$  حلين متمايزين.

(6) نقبل أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  :  $\ln x < x+1$ .

(أ) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  :  $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$ .

(ب) تحقق أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  الدالة :  $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$  هي دالة أصلية

للدالة  $x \mapsto \ln(x+1)$ .

(ج)  $S$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين

معادلتاهما:  $x = e - 1$  و  $x = e^2 - 1$ .

- باستخدام جواب السؤال 6 - (أ)، بين أن :  $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$ .

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب (ة): تقني رياضي // بكالوريا: 2019

| العلامة                          |                 | عناصر الإجابة (الموضوع الأول)  |
|----------------------------------|-----------------|--|
| مجموع                            | مجزأة           |  |
| <b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>  |                 |  |
| <b>04</b>                        | 0.5+2× 0.25     | (1) اثبات أن $(v_n)$ متتالية هندسية و حساب $v_0$   |
|                                  | 0.5+2× 0.25     | (2) كتابة $v_n$ بدلالة $n$ و استنتاج $u_n$ بدلالة $n$  |
|                                  | 0.25            | (3) حساب المجموع $S_n$ حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  |
|                                  | 01              | (4) أ) دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ $7^n$ على 9 .   |
|                                  | 0.5             | ب) باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1442^{2019} + 1962^{1954} + 1954^{1962}$  |
|                                  | 0.25            | ج) اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$   |
| <b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b> |                 |  |
| <b>04</b>                        | 3 × 0.5         | (1) قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0; 1; 2\}$   |
|                                  | 0.5<br>4 × 0.25 | (2) مجموعة الامكانيات<br>الأمّل الرياضياتي $E(x)$ لـ $X$ هو: $E(x) = \frac{6}{5}$  |
|                                  | 0.5             | (3) الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1 \cdot C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5}\right)$  |
|                                  | 0.5             | (4) (عدد الحالات الملائمة للحدث هو 4) ومنه الاحتمال يساوي $\frac{2}{5}$  |
| <b>التمرين الثالث: (04 نقاط)</b> |                 |  |
| <b>04</b>                        | 0.5             | (1) أ) التحقق أن النقطة $C$ من الدائرة $(\Gamma)$  |
|                                  | 0.75<br>0.75    | ب) تعيين قيس بالراديان للزاوية $(\overline{AB}; \overline{AC})$<br>استنتاج أن $C$ صورة $B$ بالدوران $r$ الذي مركزه $A$ يطلب تعيين زاويته . |
|                                  | 0.5+2× 0.25     | (2) أ) تعيين العناصر المميزة للتشابه $S$   |
|                                  | 0.5             | ب) تعيين $z_D$ ، $z_D = 2 + (1 + \sqrt{3})i$   |
|                                  | 0.25            | (3) التحاك $h$ مركزه $A$ حيث $S = hor$ نسبه 2<br>استنتاج أن النقط $A$ ، $C$ و $D$ في إستقامية.   |
|                                  | 0.25            | (4) التحقق أن النقطة $C$ من المجموعة $(E)$<br>استنتاج طبيعة المجموعة $(E)$   |
| <b>التمرين الرابع: (08 نقاط)</b> |                 |  |
| <b>1.75</b>                      | 2× 0.25         | (I) أ) اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$   |
|                                  | 0.75            | ب) استنتاج وجود عدد حقيقي $\alpha$ وحيد من المجال $]-0,5[ ; -1[$ بحيث<br>$g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر                                 |
|                                  | 0.5             | ج) استنتاج اشارة $g(x)$ .  |

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب (ة): تقني رياضي // بكالوريا: 2019

| العلامة |        | عناصر الإجابة (الموضوع الأول)  |
|---------|--------|--|
| مجموع   | مجزأة  |  |
| 04.75   | 2×0.5  | (II)<br>(1) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .                           |
|         | 2×1    | (2) إثبات أن من أجل كل عدد حقيقي : $f'(x) = g(x)$<br>جدول تغيرات الدالة $f$  |
|         | 2×0.25 | (3) أ) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)+x)$<br>استنتاج ان المنحني $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ |
|         | 0.25   | ب) دراسة الوضعية النسبية للمنحني $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .   |
|         | 0.5    | ج) كتابة معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ الموازي للمستقيم $(\Delta)$ .  |
|         | 0.5    | 4) انشاء المستقيم $(\Delta)$ والمماس $(T)$ و المنحني $(C_f)$   |
| 0.75    | 0.75   | (5) حساب $f(x) - g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة $f$ .  |
| 0.75    | 0.25   | (6) أ) إثبات أن الدالة $h$ زوجية.  |
|         | 0.25   | ب) إثبات انه من اجل كل $x$ من $[0; +\infty[$ فإن : $h(x) = f(x-2)+1$   |
|         | 0.25   | ج) كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$<br>أنشاء $(C_h)$ في المجال $[-3; 3]$   |



تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب (ة): تقني رياضي // بكالوريا: 2019

| العلامة                          |                    | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)   |
|----------------------------------|--------------------|--|
| مجموع                            | مجزأة              |  |
| <b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>  |                    |  |
| 04                               | 1<br>1             | (1) أ) التحقق أن $(6n+2, 10n+3)$ حل للمعادلة (E) .....<br>ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما.....  |
|                                  | 0.75<br>0.75       | (2) أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$ .....<br>ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n \equiv 12[41]$ .....  |
|                                  | 0.25<br>0.25       | (3) أ) $A$ و $B$ يقبلان القسمة على $2n+3$ .....<br>ب) $\text{pgcd}(A, B)$ حسب قيم $n$ .....  |
| <b>التمرين الثاني: (04 نقاط)</b> |                    |  |
| 04                               | 1<br>0.75          | (1) مجموع الامكانيات .....<br>أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$ .....   |
|                                  | 0.5<br>0.5         | ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1 - \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$ .....   |
|                                  | 0.5                | ج) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C) = \frac{C_4^3}{84} = \frac{1}{21}$ .....   |
|                                  | 0.5<br>0.5<br>0.25 | (2) أ) قيم المتغير العشوائي $X$ هي قيم المجموعة $\{0, 1, 2, 3\}$ .....<br>قانون الاحتمال $\left( P(X=0) = \frac{4}{84}, P(X=1) = \frac{30}{84}, P(X=2) = \frac{40}{84}, P(X=3) = \frac{10}{84} \right)$ .....<br>ب) $P(X^2 - X \leq 0) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{4}{84} + \frac{30}{84} = \frac{34}{84}$ ..... |
| <b>التمرين الثالث: (05 نقاط)</b> |                    |  |
| 03                               | 0.5                | (I) أ) التحقق ان $(2-2\sqrt{3})^2 = 16-8\sqrt{3}$ .....  |
|                                  | 2×0.5              | ب) $L_1 = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ و $L_2 = (2\sqrt{3}-2) - i(2+2\sqrt{3})$ .....   |
|                                  | 0.5                | (II) أ) $z_A = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ .....   |
|                                  | 0.5<br>0.5         | ب) استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ و $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ .....<br>$z_A = 4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)} = (2-2\sqrt{3}) + i(2+2\sqrt{3})$ .....                       |

| العلامة                   |          | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)  |
|---------------------------|----------|---|
| مجموع                     | مجزأة    |   |
| 02                        | 0.5      | (2) $S$ تشابه مباشر الذي يحول $A$ إلى $B$ و يحول $B$ إلى $C$ .<br>أ) العبارة المركبة للتشابه $S$ هي : $z' = \frac{1}{2}iz$  |
|                           | 0.5      | ب) العناصر المميزة للتشابه $S$ : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0; 0)$   |
|                           | 0.5      | (3) لنكن $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 2), (B; -2), (C; 4)\}$<br>أ) $z_G = 1 + i\sqrt{3}$ ومنه $z_G = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$   |
|                           | 0.5      | ب) $\ \overline{MA} - \overline{MB} + 2\overline{MC}\  = 2\sqrt{2}$ تكافئ $MG = \sqrt{2}$<br>(E) دائرة مركزها $G$ وطول نصف قطرها $R = \sqrt{2}$ ، محيط $(E')$ هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول.                    |
| التمرين الرابع: (07 نقاط) |          |   |
| 06                        | 0.5+0.75 | (I) الدالة $g$ المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$<br>$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = e$ ، من أجل كل على المجال $]0; +\infty[$ . فان $g(x) > 0$                                  |
|                           | 2×0.5    | (II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$<br>(1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، تبيان ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ |
|                           | 0.75     | ب) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ : $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$  |
|                           | 2×0.5    | ج) الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0; +\infty[$ ، تشكيل جدول تغيرات الدالة $f$ .   |
|                           | 0.25     | (2) معادلة للمماس $(T): y = \frac{1}{2}(e+1)x - \frac{1}{2}(e+1) + \ln 2$   |
|                           | 0.25     | (3) أ) الدالة $f$ على $]0; +\infty[$ مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة $A$ ذات الفاصلة $\alpha$   |
|                           | 0.25     | ب) التحقق ان $0.7 < \alpha < 0.8$   |
|                           | 2×0.25   | (4) أ) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x+1)] = 0$ و التفسير الهندسي  |
|                           | 0.25     | ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنيين $(\Gamma)$ و $(C_f)$  |
|                           | 2×0.25   | ج) رسم $(T)$ و $(\Gamma)$ و $(C_f)$   |

| العلامة |       | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)   |
|---------|-------|--|
| مجموع   | مجزأة |  |
| 1       | 0.25  | (5). للمعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين من أجل $m \in \left] \frac{1}{2}(1+e) - \ln 2; +\infty \right[$   |
|         | 0.25  | (6). نقبل انه من أجل كل $x$ من المجال $]1; +\infty[$ : $\ln x < x+1$   |
|         | 0.25  | أ) نبين أنه من أجل كل $x$ من المجال $]1; +\infty[$ : $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$   |
|         | 0.25  | ب) التحقق أنه من أجل كل $x$ من المجال $]1; +\infty[$ : أن الدالة :<br>$x \mapsto \ln(x+1) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ .<br>ج) باستخدام السؤال (6) أ) نبين أن : $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$<br>لدينا : $\int_{e-1}^{e^2-1} \ln 2 dx < S < \int_{e-1}^{e^2-1} e + \ln(x+1) dx$ ومنه $(e^2 - e)\ln 2 < S < e^3$ |