



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 3 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لنكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{4}{3}$  ،

و  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = u_n + 4$  .

(1) بيّن أنّ  $(v_n)$  متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

(2) اكتب كلا من  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  .

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  على  $\mathbb{N}$  .

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  ، حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

(5) لنكن  $(w_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $w_n = 5\left(\frac{1}{v_n + 5} - 1\right)$  .

(أ) بيّن أنّ المتتالية  $(w_n)$  متزايدة تماما على  $\mathbb{N}$  .

(ب) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - w_n)$  .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  .

نعتبر النقط  $A(2; -1; 1)$  ،  $B(-1; 2; 1)$  ،  $C(1; -1; 2)$  و  $D(1; 1; 1)$  .

(1) (أ) تحقق أنّ النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تُعيّن مستويا.

(ب) بيّن أنّ  $\vec{n}(1; 1; 1)$  هو شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  .

(ج) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$  .

(2) لنكن النقطة  $G$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$  .

(أ) احسب إحداثيات  $G$  .

(ب) لنكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق:  $\|\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}\| = 2\|\overline{MD}\|$  .

بيّن أنّ  $(\Gamma)$  هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[GD]$  .

(ج) أثبت أنّ معادلة  $(\Gamma)$  هي:  $6x - 4y + 2z + 3 = 0$  .

(3) بيّن أنّ المستويين  $(ABC)$  و  $(\Gamma)$  يتقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.



### التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة  $z^2 - 6\sqrt{2}z + 36 = 0$ .
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، لتكن النقط  $A, B, C, D$  التي لاحقاتها على الترتيب:  $z_D = \frac{z_C}{2}$  و  $z_C = 6\sqrt{2}$ ،  $z_B = \bar{z}_A$ ،  $z_A = 3\sqrt{2}(1+i)$  اكتب  $z_A, z_B, z_C$  على الشكل الأسّي.
- (ب) احسب  $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$ .
- (ج) بين أن النقط  $O, A, B, C$  تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها  $D$ ، يطلب تعيين نصف قطرها.
- (د) احسب  $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$  ثم جد قياسا للزاوية  $(\overline{CA}; \overline{CB})$ . ما هي طبيعة الرباعي  $OACB$ ؟
- (3) ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه  $O$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$ .
- (أ) اكتب العبارة المركبة للدوران  $R$ .
- (ب) عيّن لاحقة النقطة  $C'$  صورة  $C$  بالدوران  $R$  ثم تحقق أن النقط  $A, C, C'$  في استقامة.
- (ج) عيّن لاحقة النقطة  $A'$  صورة  $A$  بالدوران  $R$  ثم حدّد صورة الرباعي  $OACB$  بالدوران  $R$ .

### التمرين الرابع: (06 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ؛ فسّر النتيجة هندسياً.
- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (2) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = 1$ .
- (ب) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 1.
- (ج) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل في المجال  $]0; 1[$  حلاً وحيداً  $\alpha$ ، حيث  $e^{-0.4} < \alpha < e^{-0.3}$ .
- (3) أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$ .
- (4) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  كما يلي:  $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$ .
- و ليكن  $(C_h)$  تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.
- (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم،  $h(x) - h(-x) = 0$ . ماذا تستنتج؟
- (ب) أنشئ المنحنى  $(C_h)$  إعتامداً على المنحنى  $(C_f)$ .
- (ج) ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة:  $\ln x^2 = (m-1)|x|$ .



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 04 نقاط )

(I) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية  $\mathbb{N}$  بحددها العام:  $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$ .  
(  $e$  هو أساس اللوغاريتم النيبيري ) .

(1) بين أن  $(u_n)$  متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

(2) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  ، ماذا تستنتج ؟

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

(II) نضع، من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $v_n = \ln(u_n)$  (  $\ln$  يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري ) .

(1) عبّر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج نوع المتتالية  $(v_n)$  .

(2) أ) احسب بدلالة  $n$  العدد  $P_n$  حيث:  $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n)$  .

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $P_n + 4n > 0$  .

### التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط  $A(1; -1; -2)$ ،  $B(1; -2; -3)$  و  $C(2; 0; 0)$ .

(1) أ) برهن أن  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامة .

ب) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستوي  $(ABC)$  .

ج- تحقق أن  $x + y - z - 2 = 0$  هي معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$  .

نعتبر المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  المعرفين بمعادلتيهما كما يلي:

$$(P): x - y - 2z + 5 = 0 \quad \text{و} \quad (Q): 3x + 2y - z + 10 = 0$$

برهن أن  $(P)$  و  $(Q)$  يتقاطعان وفق المستقيم  $(\Delta)$  ذي التمثيل الوسيطى:  $(t \in \mathbb{R})$  ;  $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = t + 1 \end{cases}$

(3) عيّن تقاطع المستويات  $(ABC)$ ،  $(P)$  و  $(Q)$  .

(4) لتكن  $M(x; y; z)$  نقطة من الفضاء. نسمي  $d(M, (P))$  المسافة بين  $M$  و المستوي  $(P)$

و  $d(M, (Q))$  المسافة بين  $M$  و المستوي  $(Q)$ ، عيّن المجموعة  $(\Gamma)$  للنقط  $M$  بحيث:

$$\sqrt{6} \times d(M, (P)) = \sqrt{14} \times d(M, (Q))$$

### التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  حيث:

$$(z - i)(z^2 - 2z + 5) = 0$$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  (وحدة الطول  $1\text{cm}$ )، تعطى

النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  التي لاحقاتها:  $z_A = i$ ،  $z_B = 1 + 2i$  و  $z_C = 1 - 2i$  على الترتيب .

أ) أنشئ النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  .

ب) جد  $z_H$  لاحقة النقطة  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستقيم  $(BC)$  .

ج- احسب مساحة المثلث  $ABC$  .



(3) ليكن  $S$  التشابه المباشر الذي مركزه  $A$  ونسبته  $\frac{1}{2}$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$ .

(أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه  $S$ .

(ب) بيّن أنّ مساحة صورة المثلث  $ABC$  بالتشابه  $S$  تساوي  $\frac{1}{2} cm^2$ .

(4) نقطة لاحقها  $z$ ، عيّن مجموعة النقط  $M$  حيث:  $|z| = |iz + 1 + 2i|$

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) - لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

(1) (أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(2) (أ) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,7 < \alpha < 0,8$ .

(ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) - نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

(2) (أ) بيّن أنّه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

(ب) استنتج أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يُطلب تعيين معادلة له.

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$

(3) (أ) بيّن أنّه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$  حيث  $f'(x)$  مشتقة الدالة  $f$ .

(ب) استنتج إشارة  $f'(x)$  حسب قيم  $x$  ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ . (نأخذ  $f(\alpha) \approx -0,1$ )

(4) احسب  $f(1)$  ثم حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$ .

(5) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$ .

(6) لتكن  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) تحقق أنّه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $h(x) = f(x) - 2$

(ب) استنتج أنّ  $(C_h)$  هو صورة  $(C_f)$  بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ  $(C_h)$ .

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
04	0,50 0,50	التمرين الأول: (04 نقاط)	
		(1) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ ، إذن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0 = 5$ .	
	0,50 × 2	(2) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $u_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n - 4$ .	
	0,50	(3) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} - u_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)$ ، و منه $u_{n+1} - u_n < 0$ ، إذن $(u_n)$ متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ .	
	0,50	(4) $S_n = 15\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) - 4(n+1)$ .	
	0,50	(5) أ) من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1} - w_n > 0$ ، إذن $(w_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ .	
	0,50	ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - w_n) = 0$ (لأنّ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ ).	
05	0,75	التمرين الثاني: (05 نقاط)	
		(1) أ) $\overline{AB}(-3;3;0)$ ، $\overline{AC}(-1;0;1)$ ، $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا، إذن $A$ ، $B$ و $C$ تعيّن مستويا $(ABC)$ .	
	01	ب) $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ ، إذن $\vec{n} \perp \overline{AB}$ و $\vec{n} \perp \overline{AC}$ و منه $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$ .	
	0,50	ج) $(ABC): x + y + z + d = 0$ و منه: $d = -2$ أي: $(ABC): x + y + z - 2 = 0$ .	
	01	أ) $\overline{OG} = \frac{\overline{OA} + 2\overline{OB} - \overline{OC}}{2}$ ، إذن $G\left(-\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2}\right)$ .	
	0,50	ب) $M \in (\Gamma)$ معناه $MG = MD$ ، إذن $(\Gamma)$ هو المستوي المحوري للقطعة $[GD]$ .	
	0,50	ج) $(\Gamma): 6x - 4y + 2z + 3 = 0$ .	
0,25	3) ليكن $\vec{u}(6; -4; 2)$ شعاع ناظمي لـ $(\Gamma)$ . $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$ . $\vec{u}$ و $\vec{n}$ غير مرتبطين خطيا. إذن $(ABC)$ و $(\Gamma)$ متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ .		

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
	0,50	أو أي تمثيل آخر $\begin{cases} x=3t+\frac{1}{2} \\ y=2t+\frac{3}{2} \\ z=-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	
	0,75	التمرين الثالث: (05 نقاط) (1) $\Delta = (6\sqrt{2}i)^2$ ؛ $z' = 3\sqrt{2}(1+i)$ و $z'' = 3\sqrt{2}(1-i) = \bar{z}'$	
	0,75	(2) أ) $z_A = z' = 6e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B = z'' = 6e^{-i\frac{\pi}{4}}$ ؛ $(1+i)z_A = 6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$	
	0,50	ب) $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014} = e^{1007\pi} = -1$	
05	01	ج) $DO = DA = DC = DB = 3\sqrt{2}$ إذن النقط $O, A, B, C$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها $D$ و نصف قطرها $3\sqrt{2}$ .	
	0,75	د) $\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \frac{\pi}{2}$ ، $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = i$ $(\overline{CA}; \overline{CB})$ المثلث $ACB$ قائم في $C$ و متساوي الساقين $CA = CB$ والنقطة $D$ منتصف القطعة $[AB]$ لأن $z_D = \frac{z_A + z_B}{2}$ و كذلك منتصف القطعة $[OC]$ لأن $z_D = \frac{z_C}{2}$ . إذن الرباعي $OACB$ مربع.	
	0,25	3) أ) العبارة المركبة للدوران $R: z' = iz$ .	
	0,50	ب) $z_{C'} = 6\sqrt{2}i$ ؛ $z_{\overline{C'A}} = 3\sqrt{2}(1-i) = z_{\overline{AC}}$ ، ومنه $\overline{C'A}$ و $\overline{AC}$ مرتبطان خطيا	
	0,50	ج) $z_{A'} = 3\sqrt{2}(-1+i)$ صورة الرباعي $OACB$ بالدوران $R$ هو الرباعي (المربع) $OAC'A'$ لأن: $R(O) = O$ ، $R(A) = A'$ ، $R(C) = C'$ و $R(B) = A$ .	
	0,25	التمرين الرابع: (06 نقاط)	
	× 4	أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$ . $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $y=1$ هو مستقيم مقارب لـ $(C_f)$ .	
02,75	0,50	ب) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{2}{x^2}(1 - \ln x)$	
	0,25	إشارة $f'(x)$ : $\begin{array}{c} 0 \quad + \quad e \quad - \quad +\infty \\   \quad + \quad \theta \quad - \quad + \\ \hline \end{array}$	
	0,25	$f$ متزايدة تماما على $]0; e]$ و متناقصة تماما على $[e; +\infty[$ .	
	0,25	- جدول تغيرات الدالة $f$ .	
	0,50	أ) (2) $f(x) - 1 = \frac{2 \ln x}{x}$ و منه إشارة $f(x) - 1$ هي: $\begin{array}{c} 0 \quad - \quad 1 \quad + \quad +\infty \\   \quad - \quad 0 \quad + \quad + \\ \hline \end{array}$	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
03,25	0,25	من أجل $x$ من $]0;1[$ أسفل $(C_f)$ ، من أجل $x$ من $]1;+\infty[$ أعلى $(C_f)$ و $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(1;1)$ .	
	0,25	ب) $(T): y=2x-1$	
	0,75	ج) الدالة $f$ مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]0;1[$ ، و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ و $f(1)=1 > 0$ ؛ إذن حسب ميرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]0;1[$ . $f(e^{-0,3}) \approx +0,2$ ، $f(e^{-0,4}) \approx -0,2$ ، $f(e^{-0,4}) \times f(e^{-0,3}) < 0$ . إذن $e^{-0,4} < \alpha < e^{-0,3}$ .	
	0,50	3) إنشاء المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$ .	
	0,50	4) أ) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R} - \{0\}$ ، $h(x) - h(-x) = 0$ ، و منه $h$ دالة زوجية أو $(yy')$ محور تناظر لـ $(C_h)$ .	
	0,50	ب) في المجال $]0;+\infty[$ ، $h(x) = f(x)$ ، و منه $(C_h)$ ينطبق على $(C_f)$ وفي المجال $]0;+\infty[$ هو نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى $(yy')$ - إنشاء $(C_h)$	
	0,50	ج) $\ln x^2 = (m-1) x $ معناه $h(x) = m$ و بالتالي حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى $(C_h)$ و المستقيم ذي المعادلة $y = m$ مع $(m \in \mathbb{R})$ . إذا كان $m \leq 0$ للمعادلة حلين. إذا كان $0 < m < 1 + \frac{2}{e}$ للمعادلة 4 حلول. إذا كان $m = 1 + \frac{2}{e}$ للمعادلة حلين (مضاعفين). إذا كان $m > 1 + \frac{2}{e}$ ، المعادلة ليس لها أي حل.	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04	0,75	(I) من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1} = e^{-1} \cdot u_n$ ، إذن $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = e^{-1}$ و حدّها الأوّل $u_0 = \sqrt{e}$ .	<b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b>
	0,75	(2) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ نستنتج أنّ $(u_n)$ متتالية متقاربة.	
	0,50	(3) $S_n = \sqrt{e} \left( \frac{1 - e^{-n-1}}{1 - e^{-1}} \right)$ .	
	0,50	(II) من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $v_n = \frac{1}{2} - n$ ، و من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $v_{n+1} = v_n - 1$ ، إذن $(v_n)$ متتالية حسابية أساسها $r = -1$ و حدّها الأوّل $v_0 = \frac{1}{2}$ .	
	0,50	(2) أ) $P_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{(n+1)}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - n \right)$ أي $P_n = \frac{1-n^2}{2}$ .	
	0,50	ب) $P_n + 4n > 0$ أي $-n^2 + 8n + 1 > 0$ و $n \in \mathbb{N}$ و بالتالي: $n \in [0; 8]$ أي $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .	
05	0,75	(1) أ) $\overrightarrow{AC}(1; 1; 2)$ ، $\overrightarrow{AB}(0; -1; -1)$ ، غير مرتبطين خطيا إذن $A$ ، $B$ ، $C$ ليست في إستقامة.	<b>التمرين الثاني: (05 نقاط)</b>
	0,75	ب) تمثيل وسيطي للمستوي $(ABC)$ هو: $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$ : $\begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = -1 - \alpha + \beta \\ z = -2 - \alpha + 2\beta \end{cases}$ أو أي تمثيل	
	0,75	ج) التحقق أنّ معادلة للمستوي $(ABC)$ هي: $x + y - z - 2 = 0$ .	
	0,25	(2) $\overrightarrow{u_1}(1; -1; -2)$ شعاع ناظمي لـ $(P)$ و $\overrightarrow{u_2}(3; 2; -1)$ شعاع ناظمي لـ $(Q)$ ، $\overrightarrow{u_1}$ و $\overrightarrow{u_2}$ غير مرتبطين خطيا إذن $(P)$ و $(Q)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ .	
	0,75	- إثبات أنّ تمثيلا وسيطيا لـ $(\Delta)$ هو: $(t \in \mathbb{R})$ : $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .	
	0,75	(3) تقاطع المستويات : $(ABC) \cap (P) \cap (Q) = \{E(-9; 6; -5)\}$ ؛ $(t = -6)$ .	
	0,50	(4) $\sqrt{6} \times d(M, (P)) = \sqrt{14} \times d(M, (Q))$ أي $ x - y - 2z + 5  =  3x + 2y - z + 10 $ حيث: $(\Gamma) = (P_1) \cup (P_2)$	
0,50	$(P_1): 2x + 3y + z + 5 = 0$ و $(P_2): 4x + y - 3z + 15 = 0$ .		



العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04		<b>التمرين الثالث: (04 نقاط)</b>	
	0,25	(1) المعادلة تعني $(z-i)=0$ أو $(z^2 - 2z + 5 = 0)$ و... منه $z=i$	
	0,75	$z'' = 1 - 2i$ ، $z' = 1 + 2i$ ؛ $\Delta = (4i)^2$	
	0,75	(2) أ) إنشاء النقط $A$ ، $B$ و $C$	
	0,25	ب) $z_H = 1 + i$	
	0,50	ج) مساحة المثلث $ABC$ هي: $\mathcal{A} = 2 \text{ cm}^2$	
	0,50	(3) أ) الكتابة المركبة لـ $S$ هي: $z' = \frac{1}{2}iz + \frac{1}{2} + i$	
0,50	ب) مساحة صورة $ABC$ بالتشابه $S$ هي: $\mathcal{A}' = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$		
0,50	(4) $ z  =  z + 2 - i $ أي $ z  =  iz + 1 + 2i $ ومنه مجموعة النقط هي محور القطعة $[OD]$ حيث $D(-2;1)$		
02	0,50	<b>التمرين الرابع: (07 نقاط)</b>	
	0,75	(1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$	
	0,50	ب) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) = 6x^2 - 8x + 7$ . من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$ و بالتالي $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ . جدول تغيّرات الدالة $g$ .	
	0,50	(2) أ) $g$ مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ، $g(0,7) = -0,37$ و $g(0,8) = 0,06$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $0,7 < \alpha < 0,8$ .	
0,25	ب) إشارة $g(x)$ : $-\infty \quad - \quad \frac{\alpha}{\emptyset} \quad + \quad +\infty$		
05	0,50	(1) II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	
	0,50	(2) أ) برهان أن من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2 - 2x + 1)}$	
	0,50	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) - \frac{1}{2}(x+1) \right] = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ f(x) - \frac{1}{2}(x+1) \right] = 0$ . إذن المنحى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ : $y = \frac{1}{2}(x+1)$ .	
	0,50	ج) $f(x) - \frac{1}{2}(x+1) = \frac{1-3x}{2(2x^2 - 2x + 1)}$ ، من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، إشارة $f(x) - \frac{1}{2}(x+1)$ : $-\infty \quad + \quad \frac{1}{3} \quad - \quad +\infty$ إذا كان $x$ ينتمي إلى $]-\infty; \frac{1}{3}[$ فإن $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ وإذا كان $x$ ينتمي إلى $]\frac{1}{3}; +\infty[$ فإن $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ و $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في $A\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .	

0,50	(3) أ) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$ ،																			
0,25	ب) إشارة $f'(x)$ : $-\infty \xrightarrow{+} 0 \xrightarrow{-} \alpha \xrightarrow{+} +\infty$																			
0,25	جدول تغيّرات الدالة $f$ : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td></td> <td><math>1</math></td> <td></td> <td><math>f(\alpha)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$		+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$		$1$		$f(\alpha)$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$0$	$\alpha$	$+\infty$																
$f'(x)$		+	0	-	0	+														
$f(x)$	$-\infty$		$1$		$f(\alpha)$	$+\infty$														
0,25	(4) $f(1) = 0$																			
0,50	$f(x) = 0$ تعني $\frac{(x-1)(x^2+x-1)}{2x^2-2x+1} = 0$ أي $(x-1)(x^2+x-1) = 0$ و بالتالي $x-1=0$ أو $x^2+x-1=0$ حلول المعادلة هي: $x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ، $x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ، $x_0 = 1$																			
0,50	(5) إنشاء المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$																			
0,25	(6) أ) التحقق من: من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $h(x) = f(x) - 2$																			
0,25	ب) $(C_h)$ هو صورة $(C_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0; -2)$																			
0,25	إنشاء $(C_h)$ في المعلم السابق.																			