



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

دورة: 2020



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(1) قانون احتمال المتغير العشوائي X معرف بالجدول المقابل :

الأمل الرياضي (Expectation) $E(X)$ للمتغير العشوائي X هو:

$$(A) -\frac{3}{20}, (B) -\frac{1}{10}, (C) -\frac{1}{20}$$

(2) المتالية العددية (w_n) معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} بـ :

$$S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$5^n - n^2 \quad (A) \quad 5^{n+1} - n^2 \quad (B) \quad 5^{n+1} - (n+1)^2 \quad (C)$$

(3) نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $-2e^{2x} + 5e^x - 2 \geq 0$

مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقة هي:

$$(A) [-\ln 2; \ln 2] \quad (B) [-1; -\ln 2] \quad (C) [\ln 2; +\infty]$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتويوعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء، ويحتويوعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء وكل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الوعاءين بالكيفية التالية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على

أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريتين من V .

نسمى A الحدث: " الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 " .

نسمى M الحدث: " الحصول على كريتين من نفس اللون " .

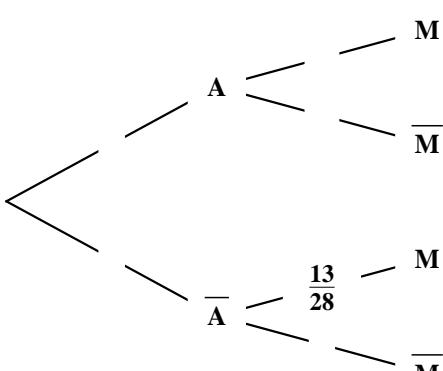
(1) تحقق أن $P(\overline{A})$ احتمال السحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

(2) علماً أن الكريتين المسحوبتين من U ، بين أن احتمال أن تكونا

من نفس اللون هو $\frac{7}{15}$.

(3) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملاها واستنتج $P(M)$.

(4) احسب $P_{\overline{M}}(A)$ احتمال السحب من الوعاء U علماً أن الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللون؟





اختبار في مادة: الرياضيات \ الشعبية: علوم تجريبية \ بكالوريا 2020

التمرين الثالث: (05 نقاط)

. $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 1$ (متتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = \alpha$ عدد حقيقي)، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $1 < \alpha = \frac{3}{4}u_n - 1$

1) نفرض أن $\alpha = 4$.

برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -4$.

2) نفرض أن $\alpha \neq 4$.

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 4$.

أ. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة.

ج. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

احسب S_n بدلالة n و α ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $[0; +\infty)$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني لـ f في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$). (تؤخذ وحدة الطول 2cm)

1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم بين أن $f(x) = +\infty$.

ب. وبين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقايرب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2) الدالة العددية g معرفة على المجال $[0; +\infty)$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$

أ. وبين أن g متزايدة تماماً على $[0; +\infty)$.

ب. احسب $g'(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $[0; +\infty)$.

3) أ. وبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty)$:

ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) وبين أن التمثيل البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ), ويطلب تعين معادلة له.

5) أنشئ (T), (Δ) و (C_f).

6) الدالة العددية h معرفة على $[-\infty; 0] \cup [0; +\infty)$ بـ: $h(x) = -|x| + 1 + \frac{\ln|x|}{x^2}$

أ. وبين أن h دالة زوجية.

ب. اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقاً من (C_f). (لا يُطلب إنشاء (C_h)).

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

عِين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

- 1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بالشكل : $f(x) = -x + \ln x$ ، الدالة f :

أ) متزايدة تماما
ب) متناقصة تماما
ج) غير رتيبة

- 2) يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور، يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء.
احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو:

$\frac{1}{7}$ (ج) $\frac{4}{7}$ (ب) $\frac{6}{7}$ (أ)

- 3) لتكن (u_n) متتالية هندسية أساسها e وحدتها الأول u_0 ، حيث: $u_0 = e^{-\frac{1}{2}}$.
أساس اللوغاريتم النبيري
من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = \ln(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)$

S_n يساوي:
 $\frac{n^2}{2}$ (ج) $\frac{n^2 + 1}{2}$ (ب) $\frac{n^2 - 1}{2}$ (أ)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به ثلاثة كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا تميّز بينها عند اللمس، نسحب عشوائياً كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكريمة المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس.

- أ. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملاها.

B يرمز إلى الحصول على كريمة بيضاء و R إلى الحصول على كريمة حمراء.

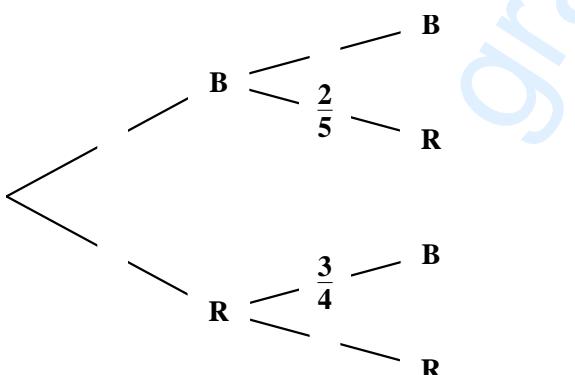
ب. احسب احتمال أن تكون الكريمة المسحوبة الثانية حمراء.

- 2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ. عِين مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

ب. بيّن أن: $P(X=1) = \frac{27}{50}$ ، ثم عَرَف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ج. احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .





التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$

(1) احسب كلا من u_1 و u_2 ثم حمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n - n + 1$.
أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 ، يطلب حساب حدّها الأول.

ب. اكتب v_n بدالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدالة n .

ج. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + n^2 - n - 3)$$

ب. احسب :

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثّل للدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ:

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y = x$ و (γ) المنحنى الممثّل للدالة: $x \mapsto e^x$.

بقراءة بيانية:

(1) برر أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$:

(2) حدد تبعاً لقيمة العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$ علماً أن $g(0) = 0$.

(II) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ:

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى منسوب إلى المعلم السابق.

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا.

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

أ. اكتب معادلة $L(T)$ المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

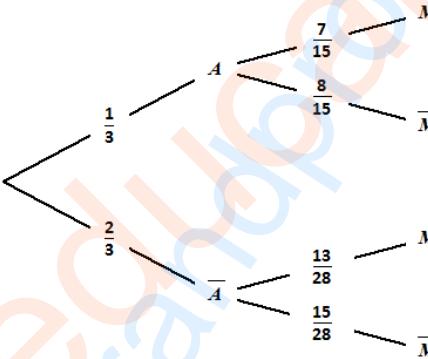
ج. استنتاج الوضع النسبي $L(T)$ و (C_f) على \mathbb{R} ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f) ؟

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α في المجال $[-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أن: $-0.5 < \alpha < -0.6$.

(5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب(ة): علوم تجريبية / بكالوريا 2020

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعه	مجازأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1	2x0.5	(1) الاقتراح الصحيح: ج) $E(X) = -\frac{3}{20}$ ، التبرير .
1.5	0.5+1	(2) الاقتراح الصحيح: ب) $S_n = 4(1 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^n) - 2(1 + 2 + \dots + n) + (n + 1) = 5^{n+1} - n^2$ التبرير :
1.5	0.5+1	(3) الاقتراح الصحيح: أ) $[-\ln 2; \ln 2]$ $(e^x - 2)(2e^x - 1) \leq 0 \Rightarrow 2e^{2x} + 5e^x - 2 \geq 0$ تكافئ التبرير :
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
0.5	0.5	$\cdot P(\overline{A}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (1)
0.75	0.75	$P_A(M) = \frac{C_4^2 + C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{6+15}{45} = \frac{7}{15}$ (2)
1.75	1	شجرة الاحتمالات:
		
	0.75	الاستنتاج:
		$P(M) = P(A) \times P_A(M) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(M) = \frac{1}{3} \times \frac{7}{15} + \frac{2}{3} \times \frac{13}{28} = \frac{293}{630}$
1	0.25x4	$P_M(A) = \frac{P(A \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{8}{15}}{1 - \frac{293}{630}} = \frac{8}{45} \times \frac{630}{337} = \frac{112}{337}$ (4)
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1	0.25 + 0.75	(1) لدينا: $u_0 = -4$ ، من أجل n كيفي من \mathbb{N} نفرض أن: $u_n = -4$ ، نجد: $\cdot u_n = -4$: \mathbb{N} من أجل كل n من $u_{n+1} = -4$

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب(ة): علوم تجريبية / بكالوريا 2020

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعه	مجموعه	
4	0.75	$v_{n+1} = u_{n+1} + 4 = \frac{3}{4}(u_n + 4) = \frac{3}{4}v_n$: (2) لدينا
	0.5+0.25	$v_n = (\alpha + 4)\left(\frac{3}{4}\right)^n$ و $v_0 = \alpha + 4$: (ب) نجد
	0.5	$u_n = (\alpha + 4)\left(\frac{3}{4}\right)^n - 4$ ومنه
	0.5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -4$ لدينا أي (u_n) متقاربة.
1	1	$S_n = 4 \left[(\alpha + 4) \left(1 - \left(\frac{3}{4} \right)^{n+1} \right) - (n+1) \right]$: (ج) نجد
	0.5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty$ و
التمرين الرابع: (7 نقاط)		
2	0.5	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$: (1) بالحساب نجد
	0.25	التقسيير: المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ مقارب لـ (C_f)
	0.5	$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$ ، لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ولدينا
	0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{\ln x}{x^2} = 0$: (ب) لدينا مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
0.5	0.5	(Δ) فوق (C_f) على المجال $[0;1]$ ، المنحنى (C_f) تحت (Δ) على المجال $[1;+\infty]$ و $(C_f) \cap (\Delta) = \{A(1;0)\}$: (ج)
	0.25x2	$g'(x) > 0$ و $g'(x) = 3x^2 + \frac{2}{x}$: (2) من أجل كل x من
1.5	0.25	وبالتالي g متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty]$
	0.25	$g'(x) = 0$ و بما أن g متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty]$ نجد: (ب) لدينا
	0.5	$g'(x) < 0$ على المجال $[0;1]$ و $g'(x) > 0$ على المجال $[1;+\infty]$
1.25	0.5	$f'(x) = 1 - \frac{1-2\ln x}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3}$: (3) من أجل كل x من
	0.5	(ب) الدالة f متناقصة تماما على $[0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty]$
	0.25	جدول التغيرات
0.5	0.25	$x = \sqrt{e}$ أي $f'(x) = 1 - 2\ln x = 0$: (4) لدينا
	0.25	$y = x - 1 - \frac{1}{2e}$ بالتالي (C_f) يقبل مماسا (T) معادلة له

العلامة	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	
مجموعة	جزأة	
1	0.25x2 0.5	(5) إنشاء (C_f) ، (Δ) و (T)
0.75	0.25	أ) بيان أن h دالة زوجية
	0.25	ب) لدينا $\begin{cases} h(x) = -f(x) ; x > 0 \\ h(x) = x + 1 + \frac{\ln(-x)}{x^2} ; x < 0 \end{cases}$ ومنه:
	0.25	على المجال $[0; +\infty)$ يكون (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ونحصل على (C_h) على المجال $[-\infty; 0]$ بالتناظر بالنسبة إلى حامل محور التراتيب.

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب(ة): علوم تجريبية / بكالوريا 2020

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعه	مجزأة	
		التمرين الأول: (04 نقاط)
1.5	1+0.5	<p>(1) الاقتراح الصحيح: ج) غير رتيبة.</p> <p>التبرير: $f(x) = \frac{1-x}{x}$ و $f'(x) = \frac{1-x}{x^2}$ تغير إشارتها على المجال $]0; +\infty[$.</p>
1	0.5+0.5	<p>(2) الاقتراح الصحيح: أ) ، التبرير: $P = \frac{C_3^1 \times C_4^2 + C_3^2 \times C_4^1}{C_7^3} = \frac{6}{7}$</p>
1.5	1+0.5	<p>(3) الاقتراح الصحيح: أ) ، التبرير: $\ln(u_n) = n - \frac{1}{2}$ و $S_n = (0 - \frac{1}{2}) + (1 - \frac{1}{2}) + (2 - \frac{1}{2}) + \dots + (n - \frac{1}{2}) = \frac{n(n+1)}{2} - \frac{n+1}{2} = \frac{n^2 - 1}{2}$</p>
		التمرين الثاني: (04 نقاط)
1.5	0.25x4	<p>(1) شجرة الاحتمالات:</p>
	0.5	<p>(ب) احتمال أن تكون الكريمة المسحوبة الثانية حمراء: $P = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{17}{50}$</p>
2.5	0.5	<p>(2) مجموعه قيم المتغير العشوائي X هي: {0;1;2} .</p>
	3x0.5	<p>(ب) لدينا: $P(X=1) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{50}$ و $P(X=0) = \frac{9}{25}$ ونجد: $E(X) = \frac{37}{50}$</p>
	0.25x2	
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
0.75	0.25x3	<p>(1) نجد: $u_1 = 3$ و $u_2 = 9$ ، التّخمين: (u_n) متزايدة تماما.</p>
2.75	0.25+1	<p>(2) نجد: $v_0 = 1$ هندسية أساسها 3 و $v_{n+1} = u_{n+1} - (n+1) - 1 = 3v_n$:</p>
	0.5+0.5	<p>(ب) نجد: $u_n = 3^n + n - 1$ و $v_n = 3^n$:</p>
	0.25x2	<p>(ج) لدينا: $u_{n+1} - u_n = 2 \times 3^n + 1$ نجد: (u_n) متزايدة تماما</p>

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب(ة): علوم تجريبية / بكالوريا 2020

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعه	جزء	
1.5	0.25x2	(3) أ) من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $S_n = (v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n) + (-1 + 0 + 1 + \dots + (n-1))$
	0.5	$S_n = \frac{1}{2} (3^{n+1} + n^2 - n - 3)$ إذن:
	0.5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$ ب)
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
0.25	0.25	(1) لدينا: من أجل كل x من \mathbb{R} يقع فوق (Δ) على $e^x - x > 0$:
0.25	0.25	(2) على $[-\infty; 0]$ لدينا: $g(x) < 0$ و على $[0; +\infty]$ لدينا: $g(x) > 0$
1	2x0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{2}{1 - xe^{-x}} \right) = 1$ (1)(II) لدينا:
	2x0.25	التقسيير: $y = -1$ و $y = 1$ معادلتا مستقيمين مقاربين له: (C_f)
1.75	0.5	(2) أ) من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = \frac{2e^x(e^x - x) - 2e^x(e^x - 1)}{(e^x - x)^2} = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$
	0.5	ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $(1-x)$ بال التالي: الدالة f متزايدة تماما على $[-\infty; 1]$ ومتناقصة تماما على $[1; +\infty]$.
	0.25	$f(1) = \frac{e+1}{e-1}$ جدول التغيرات.
1.75	0.5	(3) أ) معادلة للمماس $y = 2x + 1$: (T)
	0.5	ب) بيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$
	0.5	ج) المنحني (C_f) فوق (T) على المجال $[-\infty; 0]$ ، المنحني (C_f) تحت (T) على المجال $[0; +\infty]$ و $(C_f) \cap (T) = \{A(0; 1)\}$
0.75	0.25	نقطة انعطاف لـ (C_f) في A
	0.5	(4) بيان أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلّاً وحيداً α في المجال $[-\infty; 1]$ فيتحقق أن: $-0.6 < \alpha < -0.5$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجازأة	
1.25	0.25 2x0.25 0.5	<p>5) إنشاء (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f)</p>