République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et des Concours
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2016
Session Complémentaire

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La suite de terme général $\left(\frac{e}{4}\right)^n$ est	décroissante	croissante	divergente	(0,5)
2	Si, pour tout n de $\mathbb{N}$, $\|u_n - 3\| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ alors	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 3$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	(0,5)
3	Si $s = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{2015}$ alors :	$s = 2^{2015} + 1$	$s = 1 - 2^{2016}$	$s = 2^{2016} - 1$	(0,5)
4	Si (v_n) est une suite arithmétique de raison r telle que $v_3 = 0$ et $v_5 = -6$ alors :	$\begin{cases} r = -3 \\ v_0 = 8 \end{cases}$	$\begin{cases} r = -2 \\ v_0 = -9 \end{cases}$	$\begin{cases} r = -3 \\ v_0 = 9 \end{cases}$	(0,5)
5	Toute suite croissante et majorée est :	non bornée	convergente	divergente	(0,5)
6	Soit (w_n) une suite définie sur $\mathbb{N}^*$ telle que $0 \leq w_n \leq \ln\left(1 + \frac{2}{n}\right)$ alors :	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 2$	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 0$	(0,5)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1. On pose $P(z) = z^3 - 7z^2 + 18z - 12$ où z est un nombre complexe.
 a) Calculer $P(1)$. (0,5 pt)
 b) Déterminer deux réels a et b tels que : $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$. (0,5 pt)
 c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $P(z) = 0$. (0,5 pt)

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1$, $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 3 + i\sqrt{3}$.
 a) Calculer le module et un argument de chacun des nombres z_A, z_B et z_C. (0,5 pt)
 b) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u},\vec{v})$. (0,5 pt)

3.a) Calculer le module du complexe suivant : $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. (0,5 pt)
b) En déduire la nature du triangle ABC. (0,5 pt)

4.a) Déterminer z_D affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Placer D. (0,5 pt)
b) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M d'affixe z telle que

$$\left|\frac{z - 1 - 2i\sqrt{3}}{z - 1}\right| = 1.$$
(0,5 pt)

c) Déterminer z_I affixe du point I milieu de $[AD]$. Déterminer la nature du triangle IBC (0,5 pt)

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^x - e^x + x - 1$.

Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm.

1.a) Calculer et interpréter $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x-1)\right)$. (0,5 pt)

b) En remarquant que $f(x) = (x-1)(e^x+1)$ calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (0,5 pt)

c) Déterminer et interpréter $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. (0,5 pt)

2.a) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ où f' et f'' sont respectivement la dérivée et la dérivée seconde de f. (0,5 pt)

b) Calculer $f'(-1)$ et préciser son signe. (0,5 pt)

c) Etudier les variations de f' et en déduire le signe de $f'(x)$. (0,5 pt)

3. Dresser le tableau de variation f. (0,5 pt)

4. Déterminer les points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées puis la construire. (0,5 pt)

5.a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) = f'(x) - e^x + x - 2$. En déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$. (0,5 pt)

b) Calculer l'aire S du domaine plan délimité par la courbe (C) et les axes de coordonnées. (0,5 pt)

Exercice 4 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x - 2 - \ln x$.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (1 pt)

b) Calculer et interpréter graphiquement $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)$. (0,75 pt)

2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f. (0,75 pt)

3. Donner une équation de la tangente T à (C) au point A d'abscisse $x_0 = e$. (0,5 pt)

4.a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β ($\alpha < \beta$) et que $0,1 < \alpha < 0,2$; $3,1 < \beta < 3,2$. Démontrer que : $\dfrac{e^\alpha}{e^\beta} = \dfrac{\alpha}{\beta}$. (1 pt)

b) En déduire le signe de $f(x)$ sur $]0;+\infty[$. (0,5 pt)

5. Soit g la restriction de f sur $I = [1;+\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera. (0,5 pt)

b) Calculer $\left(g^{-1}\right)'(e-3)$, (On pourra utiliser la question 3) (0,5 pt)

6. Tracer (C) et (C') courbes respectives des fonctions f et g^{-1} dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,5 pt)

7.a) En utilisant une intégration par parties, calculer $\int_1^e \ln x\,dx$. (0,5 pt)

b) Calculer l'aire du domine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. (0,5 pt)

Fin.