



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

دورة: 2019

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) حل المعادلة $(E) \dots\dots\dots 505x - 673y = 1$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان.

(لاحظ أن: $2019 = 3 \times 673$ و $2020 = 4 \times 505$)

(2) بين أنه من أجل كل ثنائية $(x; y)$ حل للمعادلة (E) فإن x و y من نفس الإشارة.

(3) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على \mathbb{N} بـ:

$$\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = v_n + 673 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 505 \end{cases}$$

- اكتب u_α بدلالة α ثم اكتب v_β بدلالة β حيث α و β عدنان طبيعيان.

(4) أ) عيّن الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n) ثم بين أن هذه الحدود المشتركة تشكل متتالية حسابية (w_n) يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $X_n = \frac{1}{505}(w_n - 2023)$

احسب بدلالة n الجداء $p = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1; 0; -1)$ ، $B(1; -2; 0)$ و $C(1; 2; 3)$

(1) بين أن المثلث ABC قائم في A .

(2) اكتب معادلة للمستوي (Q) الذي يشمل A و \overline{AC} شعاع ناظمي له.

(3) m وسيط حقيقي و (P_m) مستو حيث: $(m-1)x + 2y - z - m = 0$ معادلة له.

أ) أثبت أنه عندما يتغير m في \mathbb{R} فإن المستوي (P_m) يحوي مستقيما ثابتا (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

- تحقق أن A و C نقطتان من المستقيم (Δ) .

ب) تحقق أنه مهما كان m من \mathbb{R} فإن المستوي (P_m) يعامد المستوي (Q) .



(4) لتكن $d(m)$ المسافة بين النقطة B و المستوي (P_m) .

(أ) أثبت أن: $d(m) = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$ ثم عيّن قيمة m التي تكون من أجلها $d(m)$ أعظمية واحسبها.

(ب) استنتج أنه إذا كانت $d(m)$ أعظمية فإن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على (P_m) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C و D

حيث: $z_A = 1 + i\sqrt{2}$ ، $z_B = i$ ، $z_C = \bar{z}_A$ ، $z_D = \bar{z}_B$ و $z_E = 1$

(1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $(z^2 + 1)(z^2 - 2z + 3) = 0$

(2) (أ) احسب كلاً من $|z_A - 1|$ ، $|z_B - 1|$ و $|z_C - z_E|$ ثم تحقق أن النقط الأربعة A, B, C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.

(ب) بيّن أن: $z_B - z_E = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(z_A - z_E)$ ثم استنتج أن B هي صورة A بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

- ما طبيعة المثلث ABE ؟

(3) عيّن لاحتتي الشعاعين \overrightarrow{BD} و \overrightarrow{AE} محدداً طبيعة الرباعي $ABDE$.

(4) \vec{w}_1 و \vec{w}_2 شعاعان من المستوي لاحقتهما على الترتيب z_1 و z_2 .

(أ) برهن أن: $(\vec{w}_1$ و \vec{w}_2 متعامدان) يكافئ $(z_1 \cdot z_2 + \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = 0)$.

(ب) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحة z حيث: $(z - z_A)(\bar{z} - z_D) + (z - z_B)(\bar{z} - z_C) = 0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ ب:
$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x , x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة 3 cm

(1) برهن أن:

- إذا كان: $x > 1$ فإن: $1 - x - 2x \ln x < 0$

- إذا كان: $0 < x < 1$ فإن: $1 - x - 2x \ln x > 0$

(2) (أ) أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.

(ب) ادرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f) .

(3) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .



- (4 أ) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ) .
- (ب) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $[1;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن: $1,76 < \alpha < 1,77$.
- (ج) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$.
- ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0;\alpha]$.
- (5) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $x^2 \ln x + m = 0$ في المجال $[0;\alpha]$.

(6) λ عدد حقيقي حيث: $0 < \lambda < 1$ ، نعتبر: $A(\lambda) = \int_{\lambda}^1 -x^2 \ln x dx$

(أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ .

(ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

انتهى الموضوع الأول

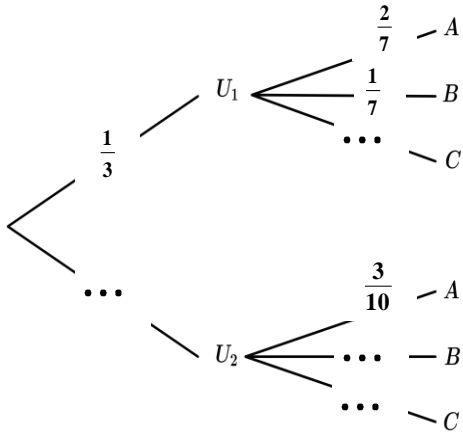


الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على صفتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء ويحتوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كرتين سوداوين (الكرات كلها متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .



إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من الصندوق U_2 .

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ : "سحب كرتين حمراوين"

B : "سحب كرتين سوداوين" و C : "سحب كرتين من لونين مختلفين"

(1) أنقل، وأكمل شجرة الاحتمالات.

(2) أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C .

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

(3) أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X .

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(4) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة معرفة بحددها الأول u_1 حيث $u_1 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$u_{n+1} = u_n + 2\sqrt{u_n} + 1$$

(1) أ) تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n} = 1$

ب) استنتج كتابة الحد العام u_n بدلالة n

(2) تحقّق أنّه: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n = n(n-2) + 1$

(3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها: $n-2$ يقسم $n-5$.

(4) أ) من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ ، بيّن أنّ: $PGCD(n-2; u_n) = 1$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(n-2)(n^2+1)$ يقسم $(n-5)u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نضع من أجل كل عدد مركب z ، $P(z) = z^4 - 6z^3 + 29z^2 - 24z + 100$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$ ، ثم استنتج أنّه إذا كان z حلا للمعادلة $P(z) = 0$

فإنّ \bar{z} حل لها.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$ علما أنّها تقبل حلا تخيليا صرفا.



(2) نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A, B, M و M'

التي لآحقاتها على الترتيب: $2i, 3-4i, z$ و z' حيث: $z' = \frac{-iz + 4 + 3i}{z - 2i}$ مع $z \neq 2i$.

ولتكن I مرجح الجملة $\{(A; 2), (B; 1)\}$ و J مرجح الجملة $\{(A; -2), (B; 1)\}$

(أ) عيّن اللاحقتين z_I و z_J للنقطتين I و J على الترتيب.

(ب) لتكن (E) مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $|z'| = 2$.

بيّن أن (النقطة M من (E)) يكافئ $(\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{JM} = 0)$ ، ثم عيّن (E) وأنشئها.

(ج) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $\arg(z') = 2k\pi$ حيث k عدد صحيح.

تحقق أنّ النقطة D ذات اللاحقة $\frac{9}{2} - \frac{5}{2}i$ تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ) .

(3) عيّن الشكل الجبري للاحقة النقطة G تقاطع المجموعتين (E) و (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) f_k الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f_k(x) = (x+1)^2 e^{-kx}$ حيث k وسيط حقيقي.

ليكن (\mathcal{C}_k) التمثيل البياني للدالة f_k في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنّ كل المنحنيات (\mathcal{C}_k) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

(2) احسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ وعند $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k).

(3) أ) احسب $f'_k(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة f_k .

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل k عدد حقيقي موجب تماما.

(4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين (\mathcal{C}_k) و (\mathcal{C}_{k+1}) .

(II) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$

نسمي (\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى (\mathcal{C}_f) على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

(2) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في \mathbb{R} أحدهما α حيث: $-1,28 < \alpha < -1,27$.

ب) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right| = \left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

(3) g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (x+1)e^{-2x}$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ ثم استنتج دالة أصلية لـ g على \mathbb{R} .

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (\mathcal{C}_f) ومحور الفواصل

والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = -1$.

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|----------------------------------|-----------------------|--|
| مجموع | مجزأة | |
| التمرين الأول: (04 نقاط) | | |
| 02 | 0.5 0.75 0.75 | (1) حل المعادلة في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$: الحل الخاص $(x_0; y_0) = (4; 3)$ $PGCD(673; 505) = 1$ ومنه: $(x; y) = (673k + 4; 505k + 3)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ |
| 0.5 | 0.5 | (2) بيان أن x و y لهما نفس الإشارة: $(673k+4)(505k+3) > 0$ محققة من أجل كل $k \in \mathbb{Z}$ |
| 01 | 2×0.25 | (3) كتابة u_α بدلالة α : (u_n) متتالية حسابية، $\alpha \in \mathbb{N}$; $u_\alpha = 3 + 505\alpha$ |
| | 2×0.25 | - كتابة v_β بدلالة β : (v_n) متتالية حسابية، $\beta \in \mathbb{N}$; $v_\beta = 4 + 673\beta$ |
| 0.5 | 0.25 | (4) أ) تعيين الحدود المشتركة بين (u_n) و (v_n) : $u_\alpha = v_\beta$ تكافئ $3 + 505\alpha = 4 + 673\beta$ ومنه: $505\alpha - 673\beta = 1$ ومنه: $(\alpha; \beta) = (673k + 4; 505k + 3)$ مع $k \in \mathbb{N}$ |
| | 0.25 | $u_\alpha = 505\alpha + 3$ أي $u_k = 339865k + 2023$ مع $k \in \mathbb{N}$ أي $w_n = 339865n + 2023$ وهي حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r = 339865$ وحدها الأول 2023 ب) $p = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n = (673)^n n!$ |
| التمرين الثاني: (04 نقاط) | | |
| 1.25 | 2×0.25 0.5 0.25 | (1) تبيان أن المثلث ABC قائم في A : $\vec{AB}(0; -2; 1)$ ، $\vec{AC}(0; 2; 4)$ $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ ومنه: ABC قائم في A . |
| 0.75 | 0.75 | (2) كتابة معادلة المستوي (Q) : $y + 2z + 2 = 0$ |
| 01 | 0.25 | (3) أ. إثبات أن (P_m) يشمل مستقيما ثابتا (Δ) مع تعيين تمثيل وسيطي له: ① $(P_m): (m-1)x + 2y - z - m = 0$ تكافئ $m(x-1) + (-x+2y-z) = 0$ ومنه: |
| | 0.25 | و $\begin{cases} x-1=0 \\ -x+2y-z=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x=1 \\ z=2y-1 \end{cases}$ إذن: $(\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=2t-1 \end{cases}$ مع $t \in \mathbb{R}$ |
| 01 | 0.25 | • التحقق أن A و C نقطتان من (Δ) : $A \in (\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t=0 \\ z=2(0)-1=-1 \end{cases}$ ، $C \in (\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t=2 \\ z=2(2)-1=3 \end{cases}$ |
| | 0.25 | ب. تبيان أن (P_m) يعامد المستوي (Q) : • $\vec{n}_{(P_m)}(m-1; 2; -1)$ و $\vec{n}_{(Q)}(0; 1; 2)$ ومنه $\vec{n}_{(P_m)} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0$ |
| 01 | 0.25 | (4) أ. تبيان أن $d(m) = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$ $d(m) = \frac{ (m-1)(1) + 2(-2) - 0 - m }{\sqrt{(m-1)^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$ |

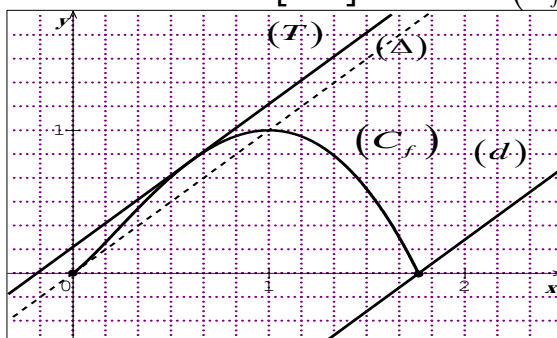
تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب(ة): رياضيات // بكالوريا: 2019

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|----------------------------------|--------------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| | 0.25 0.25 | - تعيين قيمة m حتى تكون $d(m)$ أعظمية: $d(m)$ أعظمية من أجل $m=1$ (تقبل أي إجابة صحيحة). ومنه: $d(1)=\sqrt{5}$ |
| | 0.25 | ب. استنتاج أنه إذا كان $d(m)$ أعظميا فإن A المسقط العمودي لـ B على (P_m) : من أجل ومنه A المسقط العمودي لـ B $\begin{cases} AB=\sqrt{5}=d(1) \\ A \in (p_m) \end{cases} . m=1$ |
| التمرين الثالث: (05 نقاط) | | |
| 1.50 | 6×0.25 | 1 - حل المعادلة في \mathbb{C} : $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$ ① ① تكافئ $\begin{cases} z^2+1=0 \\ z^2-2z+3=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_1=i ; z_2=\bar{z}_1 \\ z_3=1+i\sqrt{2} ; z_4=\bar{z}_3 \end{cases}$ |
| | 0.75 | 2 أ. حساب $ z_A-1 $ ، $ z_C-1 $ و $ z_D-z_E $. $ z_D-z_E =\sqrt{2}$ و $ z_C-1 =\sqrt{2}$ ، $ z_A-1 =\sqrt{2}$ |
| 1.50 | 0.25 0.25 | - استنتاج أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة. لدينا: $ z_A-z_E = z_C-z_E = z_D-z_E =\sqrt{2}$ و بما أن B نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل فإن: $AE=CE=DE=BE=\sqrt{2}$ ومنه: النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها E و طول نصف قطرها $\sqrt{2}$. |
| | 0.25 | ب. تبيان أن $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(i\sqrt{2})=i-1=z_B-z_E$ |
| 0.75 | 0.5 | - الاستنتاج: $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{i\frac{\pi}{4}}$ حيث $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ ومنه B صورة A بدوران مركزه E وزاويته $\frac{\pi}{4}$. |
| | 0.25 | - طبيعة المثلث ABE : في المثلث ABE لدينا $\begin{cases} AE=BE \\ (\overline{EA}; \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \end{cases}$ ومنه المثلث ABE متساوي الساقين رأسه E . (تقبل أي طريقة صحيحة) |

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب(ة): رياضيات // بكالوريا: 2019

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|---------------------------|--------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| 0.75 | 2×0.25 | (3) - تعيين $z_{\overline{AE}}$ و $z_{\overline{BD}}$: $z_{\overline{AE}} = -i\sqrt{2}$ و $z_{\overline{BD}} = -2i$ |
| | 0.25 | - تحديد طبيعة الرباعي $ABDE$. لدينا: $\frac{z_{\overline{AE}}}{z_{\overline{BD}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{R}$ ومنه: $\left\{ \begin{array}{l} (AE) // (BD) \\ AE \neq BD \end{array} \right.$ ومنه: الرباعي $ABDE$ شبه منحرف. |
| 0.5 | 0.25 | أ. تبين أنه $\vec{w}_1 \perp \vec{w}_2$ يكافئ $z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 0$ $\vec{w}_1 \perp \vec{w}_2$ معناه $z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 0$ لدينا: $z_1 \overline{z_2} = -\overline{z_1} z_2$ معناه $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} = -\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ مع $z_2 \neq 0$ أي: $\frac{z_1}{z_2}$ تخيلي صرف أي $\frac{z_1}{z_2} = \alpha i$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ ، أي $\left(\overline{w_2}; \overline{w_1}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ (تقبل أي طريقة أخرى صحيحة) ملاحظة: إذا كان $\vec{w}_1 = \vec{0}$ أو $\vec{w}_2 = \vec{0}$ فإن التكافؤ صحيح |
| | 0.25 | ب. تحديد طبيعة مجموعة النقط $M(z)$. $(z - z_A)(\overline{z} - \overline{z_D}) + (z - z_B)(\overline{z} - \overline{z_C}) = 0$ معناه $(z - z_A)(\overline{z} - \overline{z_B}) + (z - z_B)(\overline{z} - \overline{z_A}) = 0$ أي: $\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0$ ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة ذات القطر $[AB]$. |
| التمرين الرابع: (07 نقاط) | | |
| 0.5 | 0.25 | (1) البرهان أنه من أجل كل $x > 1$ فإن $1 - x - 2x \ln x < 0$: * من أجل $x > 1$: $\begin{cases} 1 - x < 0 \\ -2x \ln x < 0 \end{cases}$ ومنه: $1 - x - 2x \ln x < 0$. |
| | 0.25 | - البرهان أنه من أجل كل $0 < x < 1$ فإن $1 - x - 2x \ln x > 0$: * من أجل $0 < x < 1$: $\begin{cases} 1 - x > 0 \\ -2x \ln x > 0 \end{cases}$ ومنه: $1 - x - 2x \ln x > 0$. |
| 01 | 0.25 | (2) أ) إثبات أن f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1 = f'_d(0)$ |
| | 0.25 | كتابة معادلة نصف المماس (Δ) عند $O(0;0)$: $(\Delta): y = x$ |

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب(ة): رياضيات // بكالوريا: 2019

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|---------|---------------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| | 0.5 | <p>ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ): $f(x) - x = -x^2 \ln x$</p> <ul style="list-style-type: none"> • (C_f) أعلى (Δ) في المجال $]0;1[$. • (C_f) أسفل (Δ) في المجال $]1;+\infty[$. • (C_f) يقطع (Δ) في نقطتين $O(0;0)$ و $N(1;1)$. |
| 1.50 | 0.25 | <p>3) أ. حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^2 \left(\frac{1}{x} - \ln x \right) \right] = -\infty$</p> |
| | 2×0.5 | <p>ب. دراسة اتجاه تغير f على المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = 1 - x - 2x \ln x$</p> <ul style="list-style-type: none"> • f متناقصة تماما على المجال $]0;1[$. • f متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$. |
| | 0.25 | <ul style="list-style-type: none"> • جدول التغيرات. |
| 03 | 3×0.25 | <p>4) أ. كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) الموازي لـ (Δ):</p> <p>$f'(x_0) = 1$ ومنه: $x_0 = \frac{1}{\sqrt{e}}$ و بالتالي: $(T): y = x + \frac{1}{2}e^{-1}$.</p> |
| | 0.5 | <p>ب. البرهان أن $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]1;+\infty[$:</p> <p>f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \times f(1) < 0$ و $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha \in]1;+\infty[$.</p> |
| | 0.25 | <ul style="list-style-type: none"> • التحقق أن $\alpha \in]1,76;1,77[$ • ومنه: $f(1,76) \times f(1,77) = (0,008)(-0,018) < 0$ |
| | 0.25 | <p>ج. كتابة معادلة المستقيم (d) الموازي لـ (Δ) و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha; 0)$:</p> <p>$(d): y = x - \alpha$</p> |
| | 3×0.25 0.5 | <ul style="list-style-type: none"> • رسم (Δ)، (d)، (T) و (C_f) على المجال $]0;\alpha[$:  |

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب(ة): رياضيات // بكالوريا: 2019

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|---------|-------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| 0.50 | 0.25 | <p>(5) المناقشة الوسيطة لعدد حلول المعادلة في المجال $[0; \alpha]$: $x^2 \ln x + m = 0$ تكافئ $f(x) = x + m$ و $x \neq 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\left[\frac{1}{2}e^{-1}; +\infty \right] \cup]-\infty; -\alpha[$ ، ليس للمعادلة حل. • $m \in [-\alpha; 0]$ ، حل وحيد. • $m \in \left] 0; \frac{1}{2}e^{-1} \right[$ ، حلان متميزان. • $m = \frac{1}{2}e^{-1}$ ، حل مضاعف. |
| | 0.25 | <p>(6) - حساب $A(\lambda)$ بالتجزئة: $A(\lambda) = \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda$</p> |
| 0.50 | 0.25 | <p>- حساب $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda)$: $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda \right) = \frac{1}{9}$</p> <p>- التفسير الهندسي: $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A(\lambda) = \frac{1}{9}(u.a) = 1cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).</p> |

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب(ة): رياضيات // بكالوريا: 2019

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | | | | | | | | |
|---------|--------------|---|------------------|------------------|------------------|---|--------------|------------------|------------------|------------------|
| مجموع | مجزأة | | | | | | | | | |
| 4 | 4×0.25 | <p>التمرين الأول: (04 نقاط)</p> <p>(1) إكمال الشجرة</p> <p>(2) حساب $p(A)$، $p(B)$ و $p(C)$</p> <p>(3) أ) قيم X هي 0، 1 و 2 . ب) توزيع قانون الاحتمال</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$X = x_i$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{12}{105}$</td> <td>$\frac{62}{105}$</td> <td>$\frac{31}{105}$</td> </tr> </table> <p>الأمّل الرياضياتي: $E(X) = \frac{124}{105}$</p> | $X = x_i$ | 0 | 1 | 2 | $P(X = x_i)$ | $\frac{12}{105}$ | $\frac{62}{105}$ | $\frac{31}{105}$ |
| | $X = x_i$ | | 0 | 1 | 2 | | | | | |
| | $P(X = x_i)$ | | $\frac{12}{105}$ | $\frac{62}{105}$ | $\frac{31}{105}$ | | | | | |
| | 3×0.5 | | | | | | | | | |
| 0.5 | | | | | | | | | | |
| | 3×0.25 | | | | | | | | | |
| | 0.25 | | | | | | | | | |
| 02 | 01 | <p>التمرين الثاني: (04 نقاط)</p> <p>(1) أ) التحقق ب) استنتاج كتابة $u_n = (n-1)^2$</p> | | | | | | | | |
| | 01 | | | | | | | | | |
| 01 | 01 | (2) التحقق من أن: $u_n = n(n-2) + 1$ | | | | | | | | |
| 0.5 | 0.5 | (3) $n-2$ يقسم 3 و $n-2 \in \{-3; -1; 1; 3\}$ وقيم n المطلوبة هي: 1، 3، 5. | | | | | | | | |
| 0.5 | 0.25 | <p>(4) أ) لدينا: $u_n - n(n-2) = 1$ تطبيق مبرهنة بيزو وتقبل أي طريقة أخرى سليمة. ب) بتطبيق مبرهنة غوص: $n-2$ يقسم $n-5$ قيم n المطلوبة هي: 1، 5.</p> | | | | | | | | |
| | 0.25 | | | | | | | | | |
| 01 | 0.5 | <p>التمرين الثالث: (05 نقاط)</p> <p>(1) أ) $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$ تبرير الاستنتاج: إذا كان z حلا فإن \bar{z} هو حل كذلك</p> | | | | | | | | |
| | 0.5 | | | | | | | | | |
| 1.75 | 0.75 | <p>ب) $P(z) = (z^2 + \alpha)(az^2 + bz + c)$ أي $P(\alpha i) = 0$ + التحليل حلول المعادلة هي: $2i$، $3-4i$، $-2i$، $3+4i$</p> | | | | | | | | |
| | 1 | | | | | | | | | |
| 2 | 0.5x2 | <p>(2) أ) حساب $z_I = 1$ و $z_J = -3+8i$ ب) برهان التكافؤ تعيين (E) و إنشاؤها ج) التحقق أن $D \in (\Gamma)$ و تعيين (Γ) و إنشاؤها</p> | | | | | | | | |
| | 0.25 | | | | | | | | | |
| | 0.25 | | | | | | | | | |
| | 2x0.25 | | | | | | | | | |
| 0.25 | 0.25 | (3) الشكل الجبري للاحقة النقطة G | | | | | | | | |

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب(ة): رياضيات // بكالوريا: 2019

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | | | | | | | | |
|-----------------------|-----------|---|-----|-----------|------|-----|-----------|-----------------------|--|---|
| مجموع | مجزأة | | | | | | | | | |
| 01 | 2x0.5 | التمرين الرابع: (07 نقاط) (I 1) المنحنيات (C_k) تمر من النقطتين $(-1;0)$ و $(0;1)$ (تقبل كل الطرائق السليمة) | | | | | | | | |
| 01.50 | 0.5 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = 0$ $k < 0$ (2) | | | | | | | | |
| | 0.5 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = +\infty$ $k = 0$ | | | | | | | | |
| | 0.5 | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = +\infty$ $k > 0$ | | | | | | | | |
| 1.50 | 0.25 | (3) أ) حساب $f'_k(x)$ | | | | | | | | |
| | 0.25 | $f'_k(x) = (x+1)(-kx+2-k)e^{-kx}$ | | | | | | | | |
| | 0.25 | الحالة 1: $k = 0$ إشارة $f'_k(x)$ + اتجاه التغير | | | | | | | | |
| | 0.25 | مقارنة العددين -1 و $\frac{2-k}{k}$ في حالة $k \neq 0$ | | | | | | | | |
| | 0.25 | الحالة 2: $k > 0$ إشارة $f'_k(x)$ + اتجاه التغير | | | | | | | | |
| | 0.25 | الحالة 3: $k < 0$ إشارة $f'_k(x)$ + اتجاه التغير | | | | | | | | |
| 0.25 | 0.25 | ب) جدول التغيرات لما $k > 0$ | | | | | | | | |
| 0.25 | 0.25 | (4) حساب $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ (وضعية المنحنيين) إشارة $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ | | | | | | | | |
| | | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f_{k+1}(x) - f_k(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table> | x | $-\infty$ | -1 | 0 | $+\infty$ | $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ | | + |
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | $+\infty$ | | | | | | |
| $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ | | + | 0 | - | | | | | | |
| 1.50 | 01 | (II 1) جدول تغيرات الدالة f ملاحظة : تعطى العلامة الكاملة اذا استعمل التلميذ النتائج السابقة و تجزء العلامة في حالة دراسة تغيرات الدالة من جديد كما يلي $(0.25+0.25+0.5)$ | | | | | | | | |
| | 0.5 | رسم المنحنى (C_f) | | | | | | | | |
| | 0.25 | (2) أ) تحديد الحل $x=0$ من جدول التغيرات تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لحصر α | | | | | | | | |
| 0.50 | 0.25 | ب) $f(x) = f(m)$ تقبل حلا وحيدا من أجل $m \in \left[-\frac{3}{2}; \alpha\right]$ | | | | | | | | |

تابع للإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات // الشعب(ة): رياضيات // بكالوريا: 2019

| | | |
|------------|------|---|
| 0.5 | 0.25 | (3) أ) التحقق $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ |
| | 0.25 | <p>استنتاج الدالة الأصلية: $x \mapsto -\frac{1}{4}(2x+3)e^{-2x}$</p> <p>ب) $A = \int_{-1}^0 f(x) dx$ المكاملة بالتجزئة (الأولى) $A = \left(\frac{e^2 - 5}{4}\right) u.a$</p> |