

Exercice 1 :

- Soit la suite arithmétique (U_n) définie, pour tout entier naturel n , par la donnée des deux termes $U_0 = -4$ et $U_{25} = 71$.
 - Calculer la somme $S = U_0 + \dots + U_{25}$.
 - Déterminer la raison r de cette suite.
 - Montrer que, pour tout entier naturel n , $U_n = 3n - 4$.
 - Etudier le sens de variation de la suite U .
- On pose, pour tout entier naturel n , $V_n = e^{U_n}$.
Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q .

Exercice 2

Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher numérotés de 1 à 10.

- On tire simultanément 2 jetons du sac. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - A : « obtenir une somme égale à 8 »
 - B : « obtenir un produit égal à 6 »
- On tire successivement 3 jetons sans remise. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - C : « obtenir seulement deux numéros pairs ».
 - D : « obtenir le n° 1 au 1^{er} tirage »
- On tire successivement 4 jetons avec remise. Calculer la probabilité de l'événement E : « obtenir au moins un numéro impair ».

Exercice 3

Le tableau ci-dessous nous donne l'évolution du bénéfice d'une entreprise pendant six années consécutives.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Bénéfice en millions d'ariary (y_i)	30	32	40	42	51	63

- Représenter le nuage des points associé à cette série statistique. Sur l'axe des abscisses, 1 cm représente une année et sur l'axe des ordonnées, on place 20 millions d'ariary à l'origine et 1 cm représente 5 millions d'ariary.
- Déterminer le point moyen G du nuage.
- Ecrire une équation de la droite de MAYER.
- Estimer le bénéfice de l'entreprise en 2020.
- En quelle année le bénéfice de l'entreprise serait-il de 100 millions d'ariary ?

Problème 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = xe^{1-x}.$$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2 cm.

1. Vérifier que pour tout réel x ,

$$f(x) = e \times \frac{x}{e^x}$$

grandprof.net

2. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

3. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement cette limite.

4. Déterminer la dérivée f' de la fonction f .

5. Étudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .

6. Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion dont on déterminera ses coordonnées.

7. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point O .

8. Déterminer la branche infinie de la courbe (C) en $-\infty$.

9. Tracer la tangente (T) et la courbe (C) .

10. Soit la fonction F définie sur \mathbb{R} par :

$$F(x) = (-1 - x)e^{1-x}$$

a) Montrer que F est une primitive de f sur \mathbb{R} .

b) Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

On donne : $e \approx 2,7$.

Problème 2

f est la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$$

et (C) est sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .

2. Déterminer la limite de f en 0 . Interpréter graphiquement le résultat.

3. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

4. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.

5. Déterminer les coordonnées du point A , intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses.

6. Trouver une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.

7. Construire (T) , puis (C) . On prendra comme unité 2cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées.

8. Soit la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par : $F(x) = \frac{1}{x}(-1 - \ln x)$.

a) Montrer que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

On donne : $\sqrt{e} \approx 1,6$ et $\frac{1}{e} \approx 0,4$.