

EXERCICE I :

- 1- Soit (U_n) la suite arithmétique définie sur \mathbb{N} de raison r et de premier terme U_0 .
 - a- Exprimer numériquement U_n en fonction de U_0 , n et r
 - b- Sachant que $U_0 = 1$ et $U_4 + U_7 = -20$, calculer r
 - c- En déduire l'expression de U_n en fonction de n .
 - d- On pose $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. Montrer que $S_n = 1 - n^2$. En déduire S_{20} .
- 2- Soit (V_n) la suite numérique définie sur \mathbb{N} par : $V_n = e^{Un}$
 - a- Exprimer le produit $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$, en fonction de S_n , puis en fonction de n .
 - b- Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$

EXERCICE II :

Un carton contient 12 livres. Le tableau ci-dessous donne la répartition par série et par matière de ces livres :

Séries	Matières	Mathématiques	S.V.T	Sciences Physiques	Total
A		2	1	2	5
C		1	2	1	4
D		1	1	1	3
Total		4	4	4	12

Chaque livre a la même probabilité d'être tirée.

- 1- Un élève prend simultanément deux livres du carton. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - E: " Obtenir exactement deux livres de Mathématiques "
 - F: " Obtenir exactement deux livres de même série "
- 2- On remet le contenu du carton dans sa condition initiale. Un autre élève prend, un à un et sans remise, trois livres du carton. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:
 - G: " Obtenir deux livres de série A aux deux premiers tirages et un livre de série C AU DERNIER "
 - H: " Parmi les trois livres tirés, on obtient exactement deux livres de S.V.T "
 - I: " Obtenir au moins un livre de Sciences Physiques Série A "

PROBLEME

On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{-x + \ln x}{x}$

On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct (o, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2 cm.

- 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
- 2- a- Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x)$ peut s'écrire : $f(x) = -1 + \frac{\ln x}{x}$
 b- Sachant que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$, déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?
- 3- a- Montrer que, pour tout $x > 0$, $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ou f' est la fonction dérivée de f .
 b- Etudier le signe de $1 - \ln x$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$
 c- En déduire le tableau de variation de la fonction f .
- 4- reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant
 On donnera les résultats à 0,01 près.

x	$\frac{1}{e}$	1	e	4
$f(x)$				
- 5- a- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.
 b- Tracer (T) à (C) .
- 6- Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = -x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.
 - a- Calculer $F'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$. que peut-on en conclure ?
 - b- Calculer, en cm^2 et à 0,001 près, l'aire A du domaine plan délimité par courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$
 On donne : $\frac{1}{e} \approx 0,36$; $e \approx 2,71$; $\ln 2 \approx 0,69$

EXERCICE I :

- 1- Soit (U_n) la suite arithmétique définie sur \mathbb{N} de raison r et de premier terme U_0 .
 - a- Exprimer numériquement U_n en fonction de U_0 , n et r
 - b- Sachant que $U_0 = 1$ et $U_4 + U_7 = -20$, calculer r
 - c- En déduire l'expression de U_n en fonction de n .
 - d- On pose $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. Montrer que $S_n = 1 - n^2$. En déduire S_{20} .
- 2- Soit (V_n) la suite numérique définie sur \mathbb{N} par : $V_n = e^{Un}$
 - a- Exprimer le produit $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$, en fonction de S_n , puis en fonction de n .
 - b- Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$

EXERCICE II :

Un carton contient 12 livres. Le tableau ci-dessous donne la répartition par série et par matière de ces livres :

Séries	Matières	Mathématiques	S.V.T	Sciences Physiques	Total
A		2	1	2	5
C		1	2	1	4
D		1	1	1	3
Total		4	4	4	12

Chaque livre a la même probabilité d'être tiré.

- 1- Un élève prend simultanément deux livres du carton. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - E: " Obtenir exactement deux livres de Mathématiques "
 - F: " Obtenir exactement deux livres de même série "
- 2- On remet le contenu du carton dans sa condition initiale. Un autre élève prend, un à un et sans remise, trois livres du carton. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants:
 - G: " Obtenir deux livres de série A aux deux premiers tirages et un livre de série C AU DERNIER "
 - H: " Parmi les trois livres tirés, on obtient exactement deux livres de S.V.T "
 - I: " Obtenir au moins un livre de Sciences Physiques Série A "

PROBLEME

On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{-x + \ln x}{x}$

On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct (o, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2 cm.

- 1- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
- 2- a- Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x)$ peut s'écrire : $f(x) = -1 + \frac{\ln x}{x}$
 b- Sachant que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$, déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?
- 3- a- Montrer que, pour tout $x > 0$, $f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ou f' est la fonction dérivée de f .
 b- Etudier le signe de $1 - \ln x$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$
 c- En déduire le tableau de variation de la fonction f .
- 4- reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant
 On donnera les résultats à 0,01 près.

x	$\frac{1}{e}$	1	e	4
$f(x)$				
- 5- a- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.
 b- Tracer (T) à (C) .
- 6- Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = -x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.
 - a- Calculer $F'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$. que peut-on en conclure ?
 - b- Calculer, en cm^2 et à 0,001 près, l'aire A du domaine plan délimité par courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$
 On donne : $\frac{1}{e} \approx 0,36$; $e \approx 2,71$; $\ln 2 \approx 0,69$