MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
PUBLIC et PRIVE
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2015

A

Série : A

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 02 heures 15 minutes
Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3

NB : Les deux exercices et le problème sont obligatoires
Machine à calculer scientifique non programmable autorisée

Exercice 1 (5 points)

On considère la suite arithmétique $(U_n)_{n \in IN}$ telle que :

$$U_1 + 2U_3 - U_5 = 2 \text{ et } U_2 = -1$$

1) a) Exprimer U_1, U_3 et U_5 en fonction de U_2 et de la raison r. (0,25pt + 0,25pt +0,25pt)

b) Calculer r. En déduire le sens de variation de (U_n). (0,5pt + 0,25pt)

2) Exprimer U_n en fonction de n. Calculer U_{25}. 0,5pt + 0,5pt)

3) Calculer la somme $S = U_2 + U_3 + ... + U_{25}$. (0,75pt)

4) On pose $V_n = e^{3-2n}$ pour tout $n \in I\!N$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et son premier terme. (0,75pt + 0,25pt +0,25pt)

b) Exprimer la somme $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ en fonction de n. (0,5pt)

Exercice 2 : (5 points)

On dispose de huit plaquettes indiscernables au toucher. Sur chacune d'elles est inscrite une lettre du mot « SCIENCES ».

1) La première épreuve consiste à tirer simultanément quatre plaquettes.

a) Déterminer le nombre de cas possibles. (0,5pt)

b) Calculer la probabilité d'obtenir :

A : « Aucune lettre E ». (1pt)

B : « Au plus une consonne ». (1pt)

2) La deuxième épreuve consiste à tirer une à une et sans remise trois plaquettes.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

C : « Avoir au moins une voyelle ». (0,5pt + 1pt)

D : « Avoir le mot ENS ». (1pt)

NB : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

/...

PROBLEME (10 points) A1 A2

Soit f la fonction numérique définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = (\ln x)^2 - 1$. On note par ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.

1. a) Calculer la limite de f en 0^+. (0,5pt) ; (0,5pt)

   Interpréter graphiquement le résultat. (0,5pt) ; (0,5pt)

   b) Calculer la limite de f en $+\infty$. (0,5pt) ; (0,5pt)

2. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$

   Interpréter graphiquement ce résultat (0,5pt) ; (0,25pt)

3. a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{2\ln x}{x}$ où f' est la fonction dérivée de f. (1pt) ; (0,75pt)

   b) Etudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f. (1pt) ; (1pt)

4. a) Vérifier que pour tout $x \in\ ]0\,;+\infty[$; $f(x) = (\ln x - 1)(\ln x + 1)$. (0,5pt) ; (0,5pt)

   b) Résoudre $f(x) = 0$ dans $]0\,;+\infty[$. En déduire les coordonnées des points A et B intersection de la courbe ($\mathscr{C}$) avec l'axe des abscisses $(x_A < x_B)$ (0,5pt + 0,5pt +0,5pt) ; (0,5pt + 0,25pt +0.25pt)

5. a) Montrer que le point B est un point d'inflexion pour la courbe ($\mathscr{C}$). (1pt+0,5pt) : (0,5+0,5pt)

   b) Ecrire une équation de la tangente (T) au point B. (1,25pt) ; (1pt)

6. Tracer ($\mathscr{C}$) et (T) dans le même repère. (1,25pt) ; (1pt)

Pour A2 seulement

7. Soit F la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par

   $F(x) = x\left[(\ln x)^2 - 2\ln x + 2\right] - x$

   a) Montrer que F est une primitive de f sur $]0\,;+\infty[$. (1pt)

   b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine, plan limité par ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = \dfrac{1}{e}$ et $x = e$. (1pt)

   On donne $\dfrac{1}{e} = e^{-1} \simeq 0,4$; $e \simeq 2,7$

○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○