الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2012

المادة : رياضيات الشعبة: رياضيات

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة	
		مجزأة	المجموع
	التمرين الأول: (04 نقاط)		04
	1) $\Delta=\left(i\sqrt{2}\right)^2$ ، $z_1=\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}$ ، $z_2=\frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}$	0.25×3	
	2) أ- $z_A=e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ ، $z_B=e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ ، $\frac{z_A}{z_B}=e^{i\left(\frac{\pi}{2}\right)}$	0.25×3	
	ب- $z'=e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}z$ ، $z_{A'}=i$ ، $z_{B'}=1$ ، $z_{C'}=1+i$	0.25×4	
	جـ- $OA'B'C'$ مربع (يقبل أي تبرير سليم)	0.75	
	3) أ- (Δ) هو محور $[AB]$	0.25	
	$z_B=\bar{z}_A$ ومنه $(\Delta)=(x'Ox)$	0.25	
	ب- $\left(\frac{z-z_1}{z-z_2}\right)^2=i$ يستلزم $\lvert z-z_A\rvert=\lvert z-z_B\rvert$ إذن $M(z)\in(\Delta)$ ومنه z حقيقي	0.25	
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		04
	1/ أ- العدد 2011 أولي لأنه لا يقبل القسمة على 2 ، 3 ، 5 ، 7، 11، 13، 17، 19 ، 23، 29 ، 31 ، 37 ، 41 ، 43 و $47^2>2011$	0.5	
	ب- $2011=1432\times1+579$ ، $1432=579\times2+274$ ، $579=274\times2+31$ $2011\times5-1432\times7=31$	0.5×2	
	ومنه $(x_0;y_0)=(5;7)$ ، $x=1432k+5$ ، $y=2011k+7$ حيث: $k\in\mathbb{Z}$		
	2/أ- $2^{3k}\equiv1[7]$ ، $2^{3k+1}\equiv2[7]$ ، $2^{3k+2}\equiv4[7]$	0.5	
	باقي قسمة $2011^{1432^{2012}}$ على 7 هو 2 لأن: $2011\equiv2[7]$ و $1432^{2012}\equiv1[3]$	0.5	
	ب- $2010^n+2011^n+1432^n\equiv1+2^n+4^n\ [7]$		
	قيم n هي: $n=3k+1$ أو $n=3k+2$ حيث: $k\in\mathbb{N}$	0.75	
	3/ $(\alpha;\beta;\gamma)=(3;5;7)$ و $N=2057$	0.75	
	التمرين الثالث: (04 نقاط)		04
	1) $\overrightarrow{AB}(3;-4;0)$ و $\overrightarrow{AC}(-1;2;2)$ غير مرتبطين خطيا	0.5	
	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0$	0.5	
	2) $(P):4x+3y-z-12=0$	0.5	
	3) أ- $(P'):\ 6x-8y+7=0$ ب- $(P''):2x-4y-4z+3=0$	0.5×2	
	جـ- $(P')\cap(P''):\ t\in\mathbb{R};\ \begin{cases}x=-\frac{7}{6}+4t\\ y=3t\\ z=+\frac{1}{6}-t\end{cases}$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)	0.75	
	4) $(P)\cap(P')\cap(P'')=\{\omega\}$ ومنه $\omega\left(\frac{37}{26};\frac{101}{52};-\frac{25}{52}\right)$	0.75	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة	
		مجزأة	المجموع
	التمرين الرابع: (08 نقط)		08
	1-I) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=2$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$	0.25×2	
	$g'(x)=-(x+1)e^x$ وإشارته	0.25×2	
	جدول التغيرات	0.25	
	2) g لا تقبل حلولا في $]-\infty;-1]$ وتقبل حلا وحيدا في $]-1;+\infty[$ ، $g(0,8)\times g(0,9)<0$	3×0.25	
	3) إشارة $g(x)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & + & 0 & - & \end{array}$	0.25	
	1-II) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، $y=0$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f)	0.25	
	2) أ) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	0.25	
	ب) $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]=0$	0.25	
	3) $f(x)-(x+1)=-\frac{(x+1)e^x}{e^x+2}$ إشارته	0.25	
	إذا كان $x\in]-\infty;-1[$ فإن (C_f) أعلى (Δ') وإذا كان $x\in]-1;+\infty[$ فإن (C_f) أسفل (Δ')	0.25	
	$f(x)-x=\frac{g(x)}{e^x+2}$	0.25	
	إذا كان $x\in]-\infty;\alpha[$ فإن (C_f) أعلى (Δ) وإذا كان $x\in]\alpha;+\infty[$ فإن (C_f) أسفل (Δ)	0.50	
	4) أ) $f'(x)=\frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ومنه f متزايدة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha;+\infty[$	2×0.25	
	ب) $f(\alpha)=\alpha$ ، جدول تغيرات f	0.50	
	5) الرسم	0.50	
	6) المناقشة: إذا كان $m\in]-\infty;-1]$ للمعادلة حل واحد.		
	إذا كان $m\in]-1;\alpha[\cup]\alpha;+\infty[$ للمعادلة حلين.	0.50	
	إذا كان $m=\alpha$ للمعادلة حل مضاعف.		
	1-III) $0\le U_0<\alpha$ لأن: $U_0=0$		
	نفرض $0\le U_n<\alpha$ ومنه $f(0)\le f(U_n)<f(\alpha)$ (f متزايدة تماما على $[0;\alpha]$	0.50	
	أي: $0\le\frac{2}{3}\le U_{n+1}<\alpha$ ومنه الخاصية محققة دوما		
	2) تمثيل الحدود ، التخمين (U_n) متزايدة تماما	0.50	
	3) $U_{n+1}-U_n=\frac{g(U_n)}{e^{U_n}+2}$ ، $U_{n+1}-U_n>0$ لأن: $U_n<\alpha$ إذن (U_n) متزايدة تماما		
	ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	0.50	
	نهايتها l تحقق $f(l)=l$ ومنه $l=\alpha$	0.25	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
		مجزأة	المجموع
	التمرين الأول: (04 نقاط)		04
	1) $\Delta=(2i)^2$ ، $z'=\sqrt{3}+i$ ، $z''=\sqrt{3}-i$ ، $z_1=2i$ ، $z_2=-2i$	5×0.25	
	2) النقط A ، B ، C ، D تنتمي إلى الدائرة (γ) التي مركزها		
	المبدأ O ونصف قطرها 2	0.25	
	إنشاء النقط	0.25	
	3) أ) $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$	0.50	
	ب) A صورة E بالدوران R الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{3}$	0.25	
	جـ) AEC مثلث متقايس الأضلاع	0.25	
	د) التحويل RoH تشابه مباشر مركزه $\omega\left(-\frac{\sqrt{3}}{3};-1\right)$ ، نسبته 2 وزاويته $-\frac{\pi}{3}$	0.75	
	صورة (γ) هي الدائرة (γ') التي مركزها $\Omega\left(\sqrt{3};-1\right)$ ونصف قطرها 4	0.50	
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		04
	1) A ، B و C تعين مستويا (P_1) لان $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا	0.25	
	$:(P_1)$ $\begin{cases} x=1+\mu \\ y=1-2\lambda-\mu \\ z=1-\lambda \end{cases}$; $\mu\in\mathbb{R},\lambda\in\mathbb{R}$ (يقبل أي تمثيل وسيطي آخر)	0.50	
	2) $(\Delta):$ $;t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=-2t \\ y=2 \\ z=1-t \end{cases}$	0.75	
	3) O هي مرجح الجملة: $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$	0.50	
	4) أ) (S) هي سطح كرة مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{3}$	0.50	
	ب) $E(2;2;2)$ و $D\left(-\frac{14}{5};2;-\frac{2}{5}\right)$	0.75	
	جـ) ODE مثلث متساوي الساقين والمسافة بين O و (Δ) هي $2\sqrt{\frac{6}{5}}$	0.5+0.25	
	التمرين الثالث: (04 نقاط)		04
	1) أ- بواقي قسمة كل من الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 على 7 :	0.5	

u_4	u_3	u_2	u_1	u_0	الحدود
2	3	2	3	2	البواقي

محاور الموضوع	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة	
		مجزأة	المجموع
	ب- $a=2$ و $b=3.$	0.5	
	2) أ- $u_{n+2}=36u_n-63$ ومنه $u_{n+2}\equiv u_n[7]$	0.75	
	ب- إثبات أن: $u_{2k}\equiv 2[7]$ واستنتاج أن $u_{2k+1}\equiv 3[7]$	0.25+0.75	
	3) أ- (v_n) متتالية هندسية أساسها 6 وحدها الأول $\frac{71}{5}$ ،	0.5	
	ب- $u_n=\frac{71}{5}6^n+\frac{9}{5}$ ، $S_n=\frac{71}{25}(6^{n+1}-1)+\frac{9}{5}(n+1)$	0.5+0.25	

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td rowspan="18"></td><td><u>التمرين الرابع:</u> (8 نقاط)</td><td></td><td rowspan="18">08</td></tr>
<tr><td>I- 1) $\lim_{x \to -1} g(x)=+\infty$ ، $g(3)=-\frac{3}{4}+2\ln 4$ و $g'(x)=\frac{2x+1}{(x+1)^2}$ ....</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>جدول التغيرات :
<table>
<tr><td>x</td><td>-1</td><td></td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>1-2ln2</td><td>↗</td><td>$-\frac{3}{4}+2\ln 4$</td></tr>
</table></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>2) لدينا $g(0)=0$ و $g(\alpha)=0$ حيث $-0.8<\alpha<-0.7$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة</td><td>0.5+0.25</td></tr>
<tr><td>3) إشارة $g(x)$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>α</td><td></td><td>0</td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
</table></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>4) أ) $h'(x)=2g'(x)\times g(x)$ ....</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>ب) إشارة $h'(x)$ + جدول تغيرات h. ....</td><td>0.5+0.25</td></tr>
<tr><td>II - 1) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=1$ ....</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>$(T): y=x$ ....</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>2) أ) $f'(x)=\frac{xg(x)}{\ln^2(x+1)}$ ....</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>f متناقصة تماما على $]-1;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;3]$ ....</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>ب) $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ وتعيين حصر لـ $f(\alpha)$. ....</td><td>2×0.25</td></tr>
<tr><td>جـ) $f(3)=\frac{9}{\ln 4}$ و $\lim_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)=0$ ، جدول التغيرات ....</td><td>3×0.25</td></tr>
<tr><td>3- أ) $x\in\,]-1;3[$ فإن: $x-\ln(x+1)\geq 0$ (دراسة اتجاه تغير $x\mapsto x-\ln(x+1)$)</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>ب) $f(x)-x=\frac{x(x-\ln(x+1))}{\ln(x+1)}\geq 0$ أي (C_f) أعلى (T) ....</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>4) $(T'):\ y=x+\frac{9}{\ln 4}-3$ ....</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>5) رسم (T) ، (T') و (C_f) ....</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>6) لما $m<0$ لا توجد حلول ، لما $m=0$ حل مضاعف ، لما $m\in\,]0;1[$ يوجد حلان
لما $1\leq m\leq\frac{9}{\ln 4}-3$ للمعادلة حل واحد
لما $m>\frac{9}{\ln 4}-3$ ليس للمعادلة حلول.</td><td>0.50</td></tr>
</table>