

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2013

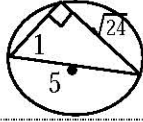
اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: رياضيات المدة: 04 ساعات ونصف

عدد الصفحات: 4

الإجابة النموذجية

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
المجموع	مجزأة		
		التمرين الأول: (06 نقاط)	
06	0,25 + 0,5	1. أ. $\frac{z_A - z_B}{z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث OAB متساوي الساقين وقائم في A .	
	0,25 × 2	ب - الرباعي $OABC$ مربع ، مساحته $s(OABC) = a^2$	
	0,25 × 2	2. أ. $z' = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}} \times z$ ، $\frac{z_E}{z_A} = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}}$	
	0,25	ب - تبيان أن مساحة الرباعي $OEF G$ هي b^2 مقدرة بوحدت المساحات. $S_{(OEF G)} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \times a^2$	
	0,5	3. أ. $ z_C ^2 + z_E ^2 - 2 z_C \times z_E \cos \left[\arg \left(\frac{z_E}{z_C} \right) \right] = a^2 + b^2 - ab\sqrt{2}$	
	0,25 × 2	ب - المثلث OCE حسب الكاشي: $CE^2 = OC^2 + OE^2 - 2OC \times OE \times \cos(\overline{OC}, \overline{OE}) =$ $ z_C ^2 + z_E ^2 - 2 z_C z_E \cos \left[\arg \left(\frac{z_E}{z_C} \right) \right] = a^2 + b^2 - ab\sqrt{2}$	
	0,25	II -1. $\frac{z_{n+1}}{z_n} = \frac{b}{a} e^{i\frac{3\pi}{4}}$ معناه $M_{n+1} = s(M_n)$	
	0,75 × 2	2 - (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{b}{a}$ وحدها الأول u_0 معرف بـ: $u_0 = z_0 = z_A = a$ - (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{3\pi}{4}$ وحدها الأول v_0 معرف بـ: $v_0 = \arg(z_A) = \frac{3\pi}{4}$	
0,5	3 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = +\infty$ و $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = \frac{a^2}{b-a} \left[\left(\frac{b}{a} \right)^{n+1} - 1 \right]$		
0,75	4 - مع $n = 4\ell$ مع $\ell \in \mathbb{N}$		
		التمرين الثاني: (03 نقاط)	
03	0,75	1. أ - تبيان أن: $PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(\beta; 10)$.	
	0,5 × 2	ب - $PGCD(\alpha; \beta) \in \{1; 2; 5; 10\}$ ج - $n = 10p + 2$ مع $p \in \mathbb{N}$.	
	0,75	2. أ - دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11.	
	0,5	ب - $n = 110p + 82$ مع $p \in \mathbb{N}$.	

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الأول)
المجموع	مجزأة		
التمرين الثالث: (05 نقاط)			
05	0,75	1. أ - تبيان أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC) .	
	$0,5 \times 2$	ب - الشعاع $\vec{n}(3; -2; 1)$ ناظمي لـ (ABC) ؛ $3x - 2y + z - 1 = 0$ معادلة له.	
	$0,5 + 0,25$	2. أ - $x + y - z + 2 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (\mathcal{P}) ؛ (ABC) و (\mathcal{P}) متعامدان.	
	0,5	ب - (ABC) و (\mathcal{P}) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) معرّف بـ $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -7 + 5t \end{cases}$	
	$0,25 \times 3$	ج - $d(D, (\Delta)) = \sqrt{\frac{43}{3}}$ ؛ $d(D, (\mathcal{P})) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ؛ $d(D, (ABC)) = \sqrt{14}$	
	0,5	3. أ - $x + 4y + 5z - 33 = 0$ هي معادلة لـ (\mathcal{Q}) ؛	
	$0,25 + 0,25$	ب - $H \left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{14}{3} \right)$ هندسياً. $(\mathcal{P}) \cap (ABC) \cap (\mathcal{Q}) = \{H\}$	
0,25	ج - $d(D, (\Delta)) = DH = \sqrt{\frac{43}{3}}$		
التمرين الرابع: (06 نقاط)			
06	0,5	I - 1. أ - دراسة تغيرات الدالة u	
	0,5	ب - تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $e^x - e > 3x - 4$.	
	$0,75 + 0,5$	2. أ - $v'(1) = 0$ ب - إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $v(x) \leq 0$.	
	0,5	ج - استنتاج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$.	
	0,5	3. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$.	
	0,5	II - 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$	
	$0,5 \times 2$	2. الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]0; +\infty[$ ؛ جدول تغيرات الدالة f	
	0,5	3. $f(1) = 0$ ؛ إنشاء المنحني (\mathcal{C}_f) على المجال $\left]0; \frac{5}{2}\right]$.	
$0,25 + 0,25 + 0,25$	4. المساحة : $A = -\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx, ua \approx 1,024 ua$		
		$(\int f(x) dx = e^x - \frac{e}{2}x^2 + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c)$	

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
المجموع	مجزأة		
التمرين الأول: (03 نقاط)			
03	0,25	1. أ - الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2n + 27 \equiv 0 [n + 1]$ هي: $0; 4; 24$	
	0,5	ب - $(a; b) \in \{(1; 5); (5; 7)\}$.	
	0,25	ج - طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$: يمكن استعمال $5^2 = \sqrt{24}^2 + 1^2$ (فيثاغورث)	
	$0,25 \times 2$	2. أ - $\alpha = 10141 = 671$ و $\beta = 3403 = 478$	
	0,5	ب - معناه $(a; b) = (5; 7)$ $\begin{cases} b^2 - a^2 = 24 \\ 671a - 478b = 9 \end{cases}$	
	$0,25 \times 2$	3. أ - $PGCD(671; 478) = 1$ ؛ $PGCD(2013; 1434) = 3$	
	0,5	ب - $2013x - 1434y = 27$ معناه $(x; y) = (478k + 5; 671k + 7)$ مع $k \in \mathbb{Z}$.	
التمرين الثاني: (05 نقاط)			
05	0,5	1. $z^2 + z + 1 = 0$ معناه $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ أو $z = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$	
	$0,5 + 0,25$	2. أ - $z_A = -\frac{1 + i\sqrt{3}}{2} = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ ب - مجموعة النقط هي المستقيم (OA) باستثناء النقطة A .	
	0,5	3. أ - r هو دوران زاويته $-\frac{2\pi}{3}$ و مركزه $\omega(0; 1)$	
	0,5	ب - نسبة التحاكي h هي -2 ومركزه هو النقطة $\omega(0; 1)$.	
	0,75	ج - r هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته 1 وزاويته $-\frac{2\pi}{3}$ ؛ h هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته 2 وزاويته π . إذن S هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0; 1)$ ونسبته $1 \times 2 = 2$ وزاويته $-\frac{2\pi}{3} + \pi = \frac{\pi}{3}$.	
	0,25	التحقق من الكتابة المركبة	
	0,75	4. تبيان أن النقط O ، Ω و E في استقامية.	
	0,5	5. أ - المجموعة (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 2 .	
	0,5	ب - (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 4 .	
التمرين الثالث: (04 نقاط)			
	0,25	1. أ - $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) .	
	0,5	ب - المستقيمان (AB) و (Δ) غير متقاطعين وغير متوازيين إذن هما ليسا من نفس المستوي.	

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الثاني)
المجموع	مجزأة		
03	0,25	وهو تمثيل وسيطي للمستوي (\mathcal{P}) . $\begin{cases} x = -1 + 2\lambda + \gamma \\ y = \lambda \\ z = 2 - \lambda - \gamma \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R}); (\gamma \in \mathbb{R})$	2. أ -
	0,25	ب - إثبات أن $x - y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (\mathcal{P}) .	
	0,25	3. أ - تبيان أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .	
	0,75	ب - $M\left(-\frac{11}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$ و $N(-3; -2; 4)$.	
	0,5+0,25	ج - حساب مساحة المثلث ABN . $S(ABN) = \sqrt{2} \text{ u.a}$. $d(N, (P)) = \frac{2}{\sqrt{3}}$	

التمرين الرابع: (08 نقاط)

08	0,25×2	I - 1. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$.	
	0,25×3	ب - $g'(x) = -(x^2 - 2x - 1)e^{-x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ ؛ جدول تغيرات الدالة g .	
	0,5	2. أ - $g(x) = 0$ تقبل حلاً في $]-\infty; 1 - \sqrt{2}]$ وحلاً في $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$. إذن تقبل حلين في \mathbb{R}	
	0,25×2	$g(-0,8) \times g(-0,7) < 0$ ؛ $\alpha \in]-0,8; -0,7[$ ؛ $g(0) = 0$	
	0,25	ب - $g(x) > 0$ ، $x \in]-\infty; \alpha[\cup]0; +\infty[$ ؛ $g(x) < 0$ ، $x \in]\alpha; 0[$ و $g(\alpha) = g(0) = 0$	
	0,25×2	II - 1. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.	
	0,25	ب - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$	
	0,25	ج - من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - x < 0$ ومنه المنحني (\mathcal{C}_f) يقع أسفل المستقيم (Δ) .	
	0,25	2. أ - تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ،	
	0,25	ب - جدول تغيرات الدالة f	
	0,25×3	3. أ - تبيان أن المنحني (\mathcal{C}_f) يقبل مماسين $(f'(x) = 1)$ لهما حلان $x = 1$ أو $x = -1$ ؛ $y = x - \frac{4}{e}$ ؛ $y = x$	
	0,25×3	ب - تمثيل المماسين والمنحني (\mathcal{C}_f) .	
	0,5	ج - المناقشة بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $(x+1)^2 + me^x = 0$	
	0,25	4. $H'(x) = (x+1)^2 e^{-x}$	
	0,25	ب - $S = 4(2e - 5) \text{ cm}^2$	
0,75	III - 1. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1 \leq u_n \leq \alpha$.		
0,25	2. المتتالية (u_n) متناقصة لأن: $u_{n+1} - u_n = -(u_n + 1)^2 e^{-u_n} < 0$		
0,25×2	3. استنتاج أن المتتالية (u_n) متقاربة ؛ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$		