

## الإجابة النموذجية لموضوع امتحان بكالوريا دورة: 2014

المدة: 04 ساعات ونصف

الشعبة: تقني رياضي

اختبار مادة: الرياضيات

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأ		
05.5	4x0.25	<b>التمرين الأول: (05.5 نقطة)</b>	
		(1) حل المعادلة:	
		..... $z_3 = i$ و $z_2 = \sqrt{3} - i$ و $z_1 = \sqrt{3} + i$ ، $\Delta = (2i)^2$	
		..... $\frac{z_1}{z_2} = e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ (أ) (2)	
		..... $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n = e^{i\left(\frac{n\pi}{3}\right)}$ ؛ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيلي صرف معناه $2n = 3 + 6k$ ليس لها حل في $\mathbb{N}$ (ب)	
		لأن $2n$ زوجي و $3 + 6k$ فردي ومنه لا يوجد أي عدد طبيعي يحقق المطلوب....	
		..... $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} = -\frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ (أ) (3)	
		..... $z' - z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}(z - z_1)$ (أو $z' = -\frac{\sqrt{3}}{2}iz + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}i$ ) النسبة $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، الزاوية $-\frac{\pi}{2}$	
		..... (ب) المثلث $ABC$ قائم في $A$ ، مع قبول أي تبرير صحيح.....	
		..... (أ) (4) $(E)$ هي الدائرة التي مركزها $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$ ونصف قطرها $r = \frac{\sqrt{7}}{2}$	
..... (ب) $(E')$ هي محور القطعة $[AC]$ (أو معادلة $(E')$ : $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ )			
<b>التمرين الثاني: (04.5 نقط)</b>			
..... (أ) (1) بطل الجملة نجد $t = -1$ و $t' = -1$ ، إذن $B(1; 0; 2)$			
..... (ب) $(P): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t - t' \\ z = 2 - t + 2t' \end{cases} ; (t; t') \in \mathbb{R}^2$			
..... (أ) (2) $A(6; 4; 4)$ لا تنتمي إلى المستوي $(P)$ ، لأن الجملة $\begin{cases} 6 = 1 + 2t \\ 4 = -2t - t' \\ 4 = 2 - t + 2t' \end{cases}$ ليس لها حل.			
..... (ب) $B \in (P)$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0$ و $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0$ ، حيث $\vec{u}_1$ و $\vec{u}_2$ شعاعا توجيه $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$			
..... إذن $B$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$			
..... (أ) (3) $(Q): 5x + y - 7z - 6 = 0$			
..... (ب) $C(3; -2; 1)$ و $D(1; 1; 0)$			

	01	<p>.....<math>V(ABCD) = \frac{15}{2} uv</math> ، <math>B</math> قائم في <math>BCD</math> (أ) (4</p>
	0.5	<p>..... <math>S(ACD) = \frac{3 \times \frac{15}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{2} ua</math> ومنه <math>S(ACD) = \frac{3 \times V(ABCD)}{d(B, (Q))}</math> (ب)</p>
	0.5	<p>..... ]2; +∞[ في <math>f(x) - x &lt; 0</math> و ]1; 2[ في <math>f(x) - x \geq 0</math> (1 -1</p>
	0.75	<p>..... ]1; 2[ على <math>f'</math> متزايدة تماما على <math>[2; +\infty[</math> و متناقصة تماما على <math>[1; 2]</math> (أ) (2</p>
	0.5	<p>..... <math>2 = f(2) \leq f(x) \leq f(e+1) = e</math> ومنه <math>2 \leq x \leq e+1</math> ، <math>[2; e+1]</math> على <math>f</math> متزايدة تماما (ب)</p>
	0.75	<p>..... <math>u_{n+1} = f(u_n) \in [2; e+1]</math> ، <math>u_n \in [2; e+1]</math> ، إذن (ب) (1 (II</p>
04	0.5	<p>..... <math>u_{n+1} - u_n \leq 0</math> فإن <math>u_n \in [2; e+1]</math> وبما أن <math>u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n</math> (2</p>
	0.5	<p>..... <math>(u_n)</math> متناقصة (ب) (3</p>
	0.5	<p>..... <math>u_n</math> متناقصة ومحدودة من الأسفل (بالعدد 2) فهي متقاربة (ب) (3</p>
	0.5	<p>..... <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = I = f(I)</math> فإن <math>I = 2</math> ومنه <math>I = 2</math> (ب) (3</p>
	0.25	<p>..... <math>\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0</math> (1 (I</p>
	0.25	<p>..... <math>g'(x) = 2 + \ln x</math></p>
	0.25	<p>..... إشارة <math>g'(x) : \frac{0 - e^{-2} + 3}{3}</math></p>
	0.25	<p>..... <math>g(e^{-2}) = -e^{-2}</math> و <math>g(3) = 3 + 3 \ln 3</math> ، جدول التغيرات</p>
	0.25	<p>..... <math>g(x) = 2</math> ومنه المعادلة <math>g(x) = 2</math> لا تقبل حلا في <math>]0; e^{-2}]</math> (أ) (2</p>
	0.25	<p>..... مستمرة ومتزايدة تماما على <math>[e^{-2}; 3]</math> ، <math>2 \in [-e^{-2}; 3 + 3 \ln 3]</math> ، إذن للمعادلة حل وحيد في المجال <math>]e^{-2}; 3[</math></p>
	0.25	<p>..... <math>g(1,45) \approx 1,99</math> ; <math>g(1,46) \approx 2,01</math> ومنه <math>1,45 &lt; \alpha &lt; 1,46</math></p>
	0.25	<p>..... إشارة <math>g(x) - 2 : \frac{0 - \alpha + 3}{3}</math></p>
	0.25	<p>..... <math>f</math> لا تقبل الاشتقاق عند 2 ، لأن <math>(C_f)</math> لا يقبل مماسا في النقطة ذات الفاصلة 2 (II</p>
	0.5	<p>..... العدد المشتق من اليمين هو <math>\ln 2</math> والعدد المشتق من اليسار هو <math>-\ln 2</math></p>
	0.25	<p>..... <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty</math> (3</p>
06	0.5	<p>..... من أجل <math>x \in ]0; 2[</math> ، <math>f'(x) = -\frac{g(x) - 2}{x}</math> ، من أجل <math>x \in ]2; 3[</math> ، <math>f'(x) = \frac{g(x) - 2}{x}</math></p>
	0.5	<p>..... إشارة <math>f'(x) : \frac{0 + \alpha - 2 + 3}{3}</math></p>
	0.25	<p>..... جدول التغيرات ، <math>f(3) = \ln 3</math> ، <math>f(2) = 0</math> ، <math>f(\alpha) = (2 - \alpha) \ln \alpha</math></p>

0.25	<p>..... (III) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} h(x) = -\infty</math> و منه <math>x = \frac{\pi}{2}</math> معادلة مستقيم مقارب <math>(\Delta)</math> .....</p>
0.25	<p>..... <math>h(x) = f(\cos x)</math> (2)</p>
0.25	<p>..... <math>x \mapsto \cos x</math> الدالة <math>x \mapsto f(x)</math> متبوعة بالدالة <math>h</math> مركب الدالة "cos" متناقصة تماما على <math>\left[0; \frac{\pi}{2}\right]</math> و <math>f</math> متزيدة تماما على <math>]0; 1]</math> ومنه <math>h</math> متناقصة تماما</p>
0.25	<p>..... على <math>\left[0; \frac{\pi}{2}\right]</math></p>
0.25	<p>..... <math>h(0) = 0</math> و <math>h'(0) = 0</math> وجدول التغيرات</p>
0.5	<p>..... رسم <math>(\Delta)</math> و <math>(C_h)</math></p>

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)										
مجموع	مجزأة												
04.5		التمرين الأول: (04.5 نقط)											
	0.75	1 (أ) $(\gamma)$ هي الدائرة التي مركزها $A$ ونصف قطرها 2. إنشاء $(\gamma)$ .....											
	0.75	ب) $(\gamma)$ نصف مستقيم مبدؤه $A$ ومعامل توجيهه $-1 = \operatorname{tg}(\frac{3\pi}{4})$ . إنشاء $(\gamma)$ .....											
	0.5	ج) إحداثيات نقطة تقاطع $(\gamma)$ و $(\gamma')$ هي: $(1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$ .....											
	0.5	2 (أ) $\frac{z_1 - z_0}{z_0} = i\sqrt{2}$ .....											
	0.5	ومنه $\frac{z_0 - z_1}{z_0} = -i\sqrt{2}$ مثلث قائم في $A$ .....											
	0.25	ب) $z_2 = 1 + \sqrt{2} - i(1 + \sqrt{2})$ .....											
	0.5	ج) $\begin{cases} \alpha + (1 + \sqrt{2})\beta = 0 \\ \alpha + \beta = \sqrt{2} \end{cases}$ ومنه $(\alpha; \beta) = (1 + \sqrt{2}; -1)$ .....											
	0.5	د) $\overline{OM} \cdot \overline{AC} = 0$ ، $(E)$ هي المستقيم المار من $O$ و $\overline{AC}$ شعاع ناظمي له..... (تبرير آخر: معادلة $(E)$ هي $y = -x$ )											
	0.25	إنشاء $(E)$ .....											
04.5		التمرين الثاني: (4.5 نقطة)											
	01	1 (أ) $\widehat{BAC} = 34^\circ$ و $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 18$ .....											
	0.5	ب) $\widehat{BAC} \neq 0$ و $\widehat{BAC} \neq \pi$ ومنه $C, B, A$ تعين مستويا .....											
	0.5	2 (أ) $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ .....											
	0.5	ب) $(ABC): 2x - y + 2z - 3 = 0$ .....											
	01	3) $R = 3$ ، $\Omega(2; -3; 1)$ ، $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$ .....											
	0.25	4) $(P): 2x - y + 2z + d = 0$ .....											
	0.5	ومنه $ 9 + d  = 9$ ، $d = -18$ ، $d = 0$ .....											
	0.25	و $(P_1): 2x - y + 2z = 0$ و $(P_2): 2x - y + 2z - 18 = 0$ .....											
	05		التمرين الثالث: (05 نقط)										
01		<table border="1"> <tr> <td>قيم <math>n</math></td> <td><math>4k</math></td> <td><math>4k+1</math></td> <td><math>4k+2</math></td> <td><math>4k+3</math></td> </tr> <tr> <td>الباقى</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>13</td> </tr> </table>	قيم $n$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	الباقى	1	5	9	13	1) بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد $5^n$ :
قيم $n$		$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$								
الباقى	1	5	9	13									
0.5	2) (أ) من أجل $p = 4k + 2$ ، $(k \in \mathbb{N})$ ، $5^p \equiv 9[16]$ ، ومنه يوجد $n \in \mathbb{N}$ يحقق $5^p = 9 + 16n$ أي $C_n = D_p$ .....												
0.5	ب) من أجل $p = 6$ ، $n = 976$ .....												

		$[0; +\infty[$ على $f$ متزايدة تماما على $f'(x) = 4\ln 5 \times 5^{4x+2} > 0$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (3
0.75	.....	جدول التغيرات
0.5	.....	استنتاج أن $f(x) > 0$
		(4) $\frac{5^{(4 \times 0 + 2)} - 9}{16} = 1 = u_0$ . نفرض $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$ ومن $u_{n+1} = 5^4(u_n + \frac{9}{16}) - \frac{9}{16}$ نجد $u_{n+1} = \frac{5^{4n+6} - 9}{16}$
0.75	.....	ومنه لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$
0.5	.....	(ب) $5^{(4n+2)} \equiv 9[16]$ ومنه $5^{(4n+2)} - 9 \equiv 0[16]$ أي $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16} \in \mathbb{N}$
0.5		(5) $u_n = \frac{1}{16} f(n)$ و $\frac{1}{16} > 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما لأن $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
		<b>التمرين الرابع: (06 نقطة)</b>
0.5	.....	(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
0.75	.....	(2) $f'(x) = xe^x$ ، $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty; 0]$
0.25	.....	جدول التغيرات
0.25	.....	(3) أ) $1 \notin [-1; 0[$ ومنه المعادلة لا تقبل حولا على $]-\infty; 0]$
		$f$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[0; +\infty[$ و $1 \in [-1; +\infty[$ إذن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا
0.25	.....	وحيدا في $\mathbb{R}$
0.5	.....	$f(1,27) \approx 0.96$ ; $f(1,28) \approx 1.01$ لأن $f(1,27) < 1 < f(1,28)$
0.75	.....	(ب) $(T): y = ex - e$ ، أعلى $(C_f)$ لأن $f(x) - y = (x-1)(e^x - e) \geq 0$
0.75	.....	(ج) رسم $(T)$ و $(C_f)$
0.25	.....	(4) $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$ تعني $f(x) = f(m) - 1$
0.25	.....	$f(x) = f(m) - 1$ تقبل حلا واحدا إذا كان $f(m) - 1 = -1$ أو $f(m) - 1 \geq 0$
0.25	.....	أي $m = 1$ أو $m \geq \alpha$ ( $f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ و $\alpha > 0$ )
0.25	.....	(5) أ) دالة زوجية لأنها معرفة على $\mathbb{R}$ و $h(-x) = h(x)$
		(ب) إذا كان $x \leq 0$ فإن $h(x) = -f(x)$ ومنه $(C_h)$ نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى محور
0.25	.....	الفواصل على المجال $]-\infty; 0]$ ثم نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور الترتيب
0.25	.....	رسم $(C_h)$
0.5	.....	(6) $g'(x) = (ax + a + b)e^x$ ، بالمطابقة نجد ، $a = 1$ ، $b = -2$

06