



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 05,5 نقاط )

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $(z-i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نسمي  $A$ ،  $B$  و  $C$  نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب  $z_1 = \sqrt{3} + i$ ،  $z_2 = \sqrt{3} - i$  و  $z_3 = i$

(أ) أكتب العدد  $\frac{z_1}{z_2}$  على الشكل الأسّي.

(ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي  $n$  يكون من أجلها العدد المركب  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$  تخيليا صرفا؟ برّر إجابتك.

(3) (أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  إلى  $C$ ، محددًا نسبه وزاويته.

(ب) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(4) (أ) عيّن العناصر المميزة لـ  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق:

$$|z - z_1|^2 + |z - z_3|^2 = 5$$

(ب) عيّن  $(E')$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي لاحقتها  $z$  حيث:  $|z - z_1| = |z - z_3|$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - t' \quad (t' \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + 2t' \end{cases} \quad \text{و} \quad (\Delta_1): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}$$

(1) (أ) عيّن إحداثيات النقطة  $B$  تقاطع المستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$

(ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(P)$  المعين بالمستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$

(2) (أ) أثبت أن النقطة  $A(6; 4; 4)$  لا تنتمي إلى المستوي  $(P)$

(ب) بيّن أن النقطة  $B$  هي المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوي  $(P)$

- (3) أ) عيّن معادلة ديكرتية للمستوي  $(Q)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و  $\vec{n}(5;1;-7)$  شعاع ناظمي له.  
 ب) عيّن إحداثيات  $C$  و  $D$  نقطتي تقاطع  $(Q)$  مع كل من  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  على الترتيب.  
 (4) أ) عيّن طبيعة المثلث  $BCD$ ، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$   
 ب) استنتج مساحة المثلث  $ACD$

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

$I$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]1;+\infty[$  بـ:  $f(x) = x - \ln(x-1)$

(1) حدد حسب قيم  $x$ ، إشارة  $f(x) - x$

(2) أ) عيّن اتجاه تغير  $f$

ب) بيّن أنه إذا كان  $x \in [2; e+1]$  فإن  $f(x) \in [2; e+1]$

$II$   $(u_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = e+1$  ومن أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ ،  $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n - 1)$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ ،  $u_n \in [2; e+1]$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

(3) برر تقارب المتتالية  $(u_n)$ ، ثم أحسب نهايتها.

**التمرين الرابع: (06 نقاط)**

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$I$   $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]0;3[$  بـ:  $g(x) = x \ln x + x$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$

(2) أ) بيّن أن المعادلة  $g(x) = 2$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في  $]0;3[$

ثم تحقق أن  $1,45 < \alpha < 1,46$

ب) استنتج إشارة  $g(x) - 2$

$II$  التمثيل البياني المقابل  $(C_f)$  هو للدالة  $f$  المعرفة على

المجال  $]0;3[$  بـ:  $f(x) = |x - 2| \ln x$

(1) باستعمال  $(C_f)$  ضع تخميناً حول قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند 2

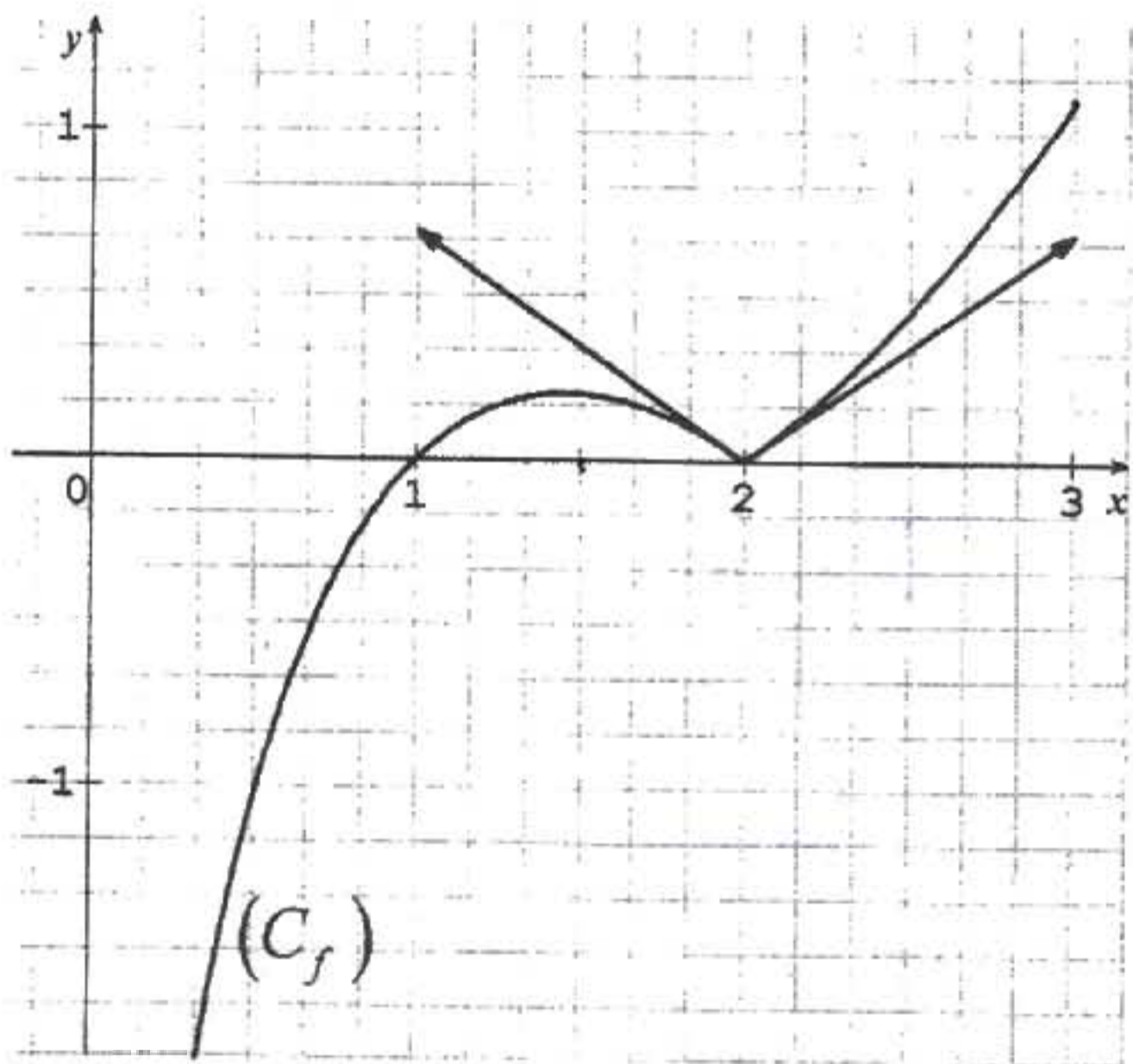
(2) أثبت صحة تخمينك.

(3) أدرس تغيرات الدالة  $f$

$III$   $h$  الدالة المعرفة على  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  كما يلي:  $h(x) = (2 - \cos x) \ln(\cos x)$

(1) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $x = \frac{\pi}{2}$  مقارب للمنحنى  $(C_h)$ ؛ حيث  $(C_h)$  هو التمثيل البياني للدالة  $h$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $h$ ، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم  $(\Delta)$  و  $(C_h)$





## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \bar{u}, \bar{v})$  النقطة  $A$  ذات اللاحقة  $z_0 = 1 + i$

(1) أ) عيّن ثم أنشئ  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث:  $z = z_0 + 2e^{i\theta}$  و  $\theta$  يمسح  $\mathbb{R}$

ب) عيّن ثم أنشئ  $(\gamma')$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث:  $z = z_0 + ke^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$  و  $k$  يمسح  $\mathbb{R}^+$

ج) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع  $(\gamma)$  و  $(\gamma')$

(2) نسمي  $B$  النقطة التي لاحقها  $z_1$  حيث  $z_1 = z_0 + 2e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

أ) عيّن الشكل الجبري للعدد المركب  $\frac{z_1 - z_0}{z_0}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $OAB$

ب) عيّن  $z_2$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $B$  بالدوران الذي مركزه  $A$  وزاويته  $-\frac{\pi}{2}$

ج) عيّن العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  بحيث تكون النقطة  $O$  مرجحا للجملة  $\{(A; \alpha), (C; \beta)\}$  و  $\alpha + \beta = \sqrt{2}$

د) عيّن ثم أنشئ  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث:  $((1 + \sqrt{2})\overline{MA} - \overline{MC}) \cdot (\overline{MA} - \overline{MC}) = 0$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$

$A$ ،  $B$  و  $C$  ثلاث نقط من الفضاء حيث  $A(0; -1; 1)$ ،  $B(1; 3; 2)$  و  $C(-1; 3; 4)$

(1) أ) أحسب الجداء السلمي  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ ، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية  $\widehat{BAC}$

ب) بيّن أن النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  تعين مستويا.

(2) أ) بيّن أن الشعاع  $\vec{n}(2; -1; 2)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$

(3) ليكن  $(S)$  سطح الكرة الذي معادلته:  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$

نسمي  $\Omega$  و  $R$  مركز و نصف قطر  $(S)$  احسب  $R$  و عيّن احداثيات  $\Omega$

(4) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين  $(P_1)$  و  $(P_2)$  مماسي سطح الكرة  $(S)$  والموازيين للمستوي  $(ABC)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$n$  و  $p$  عددان طبيعيين.

(1) أدرس، حسب قيم  $n$ ، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد  $5^n$

(2) نضع:  $C_n = 16n + 9$  و  $D_p = 5^p$

أ) بيّن أنه إذا كان  $p = 4k + 2$  حيث  $k$  عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي  $n$  يحقق  $C_n = D_p$

ب) عيّن  $n$  من أجل  $p = 6$



(3)  $f$  هي الدالة المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 5^{(4x+2)} - 9$   
أدرس تغيرات الدالة  $f$ ، ثم استنتج إشارة  $f(x)$

(4)  $(u_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = 1$  و من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ ،  
 $u_{n+1} = 5^4 \left( u_n + \frac{9}{16} \right) - \frac{9}{16}$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = \frac{5^{(4n+2)} - 9}{16}$

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، فإن  $u_n$  عدد طبيعي.

(5) استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

**التمرين الرابع: (06 نقاط)**

$f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x-1)e^x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) عيّن نهاية  $f$  عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بيّن أن المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن  $1,27 < \alpha < 1,28$

(ب) أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(T)$

(ج) أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$

(4) عيّن قيم العدد الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$  حلا واحدا في  $\mathbb{R}$

(5)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني

(أ) بيّن أن الدالة  $h$  زوجية.

(ب) ارسم  $(C_h)$  مستعينا بالمنحنى  $(C_f)$

(6)  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (ax+b)e^x$  حيث:  $a, b$  عدنان حقيقيان

عيّن  $a, b$  حتى يكون: من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ؛  $g'(x) = f(x)$