

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

المجموع	مجزأة	الموضوع الأول	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)	المتتاليات العديدية
	01	1) نقل الشكل و إنشاء u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حسابها).	
	2x0,25	ب) حسب الشكل نخمن أن (u_n) متزايدة و متقاربة نحو 3.	
	01	2) البرهان بالتراجع أن: من أجل كل n من \mathbb{N} , $0 < u_n < 3$.	
	01	3) أ) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : من أجل كل n من \mathbb{N} , $u_{n+1} - u_n > 0$, إذن (u_n) متتالية متزايدة تماما على \mathbb{N} .	
	0,5	ب) بما أن (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة. حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$ نجد $-l^2 + 2l + 3 = 0$ مع $l > 0$ و منه $l_1 = 3$ مقبول و $l_2 = -1$ مرفوض إذن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.	
1			
		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
04	0,25	$z^2 - 2z + 6 = 0$ تعني $z = \frac{3i(z+2i)}{z-(2-3i)}$, $z \neq 2-3i$ (1)	الأعداد المركبة
	3x0,25	$z_2 = 1+i\sqrt{5} = z_A$ و $z_1 = 1-i\sqrt{5} = z_B$, $\Delta = (2i\sqrt{5})^2$	
	2x0,5	2) $ z_A = z_B = \sqrt{6}$ إذن النقطتان A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O و نصف قطرها $\sqrt{6}$.	
	01	3) أ) $OM' = z' = 3 \times \frac{CM}{DM}$	
	0,5	ب) $OM' = 3$ أي $CM = DM$ M' تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 3, $OE = 3$.	
2x0,25			
		التمرين الثالث: (04 نقاط)	
04	0,75	1) أ) $\overline{AB}(1;4;-6)$ و $\overline{AC}(-2;5;-4)$ ومنه \overline{AB} و \overline{AC} غير مرتبطين خطيا.	
	0,75	ب) $A, B, C \in (P)$ إذن $(P) = (ABC)$ (أو طريقة أخرى)	

0,5	2) تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) : $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2 + 4\lambda \\ z = 5 - 6\lambda \end{cases}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$)	الهندسة في الفضاء
01	3) أ) $(Q): 2x + 8y - 12z + 21 = 0$ (أي طريقة تقبل).	
0,25	ب) $D \in (Q)$	
0,75	ج) $d(D; (AB)) = \frac{\sqrt{213}}{4}$	

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

		التمرين الرابع: (07 نقاط)														
07	2 × 0,25	1 (أ) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ ، $x = 0$ هو مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f) .		الدوال العديدية حساب المساحات												
	0,25	ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$														
	0,5	2) $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$														
	0,5	إشارة $f'(x)$														
	0,5	جدول تغيرات الدالة f :			$f(-2) = 3 + 6 \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ $f(-2) \approx 0,56$											
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$f(-2)$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x			$-\infty$	-2	0	$f'(x)$		$+$	0	$-$	$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$
	x	$-\infty$	-2		0											
	$f'(x)$		$+$		0	$-$										
	$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$		$-\infty$											
	0,5	3 (أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x+5) = 0$														
0,5	ب) $f(x) - (x+5) = 6 \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ من أجل كل x من $]-\infty; 0[$ ، إذن $f(x) - (x+5) < 0$ ، (C_f) يقع تحت (Δ)															
2 × 0,5	4) ♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-3, 5; -3, 4]$. ♦ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[-1, 1; -1]$.															
0,75	5) إنشاء (C_f) و المستقيم (Δ) .															
0,5	6) أ- معادلة المستقيم (AB) : $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)$															
01	ب- $f'(x_0) = \frac{1}{2}$ حل المعادلة يكافئ حل $x_0^2 - x_0 - 12 = 0$ مع $x_0 < 0$ $x_0 = -3$ و $y_0 = 2 + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)$															
0,5	7) من أجل كل x من $]-\infty; 0[$ ، $g'(x) = f(x)$.															
الموضوع الثاني																
04,5	0,75	التمرين الأول: (04,5 نقط) 1) البرهان بالتراجع أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $3 < u_n < 4$.														
	0,5	2) إثبات أن $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$														
	0,5	استنتاج أن (u_n) متزايدة تماما														
	0,25	3) (u_n) محدودة من الأعلى و متزايدة.														

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

	0,75	(أ) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدّها الأول $v_0 = \ln \frac{1}{4}$	
	0,5+0,25	(ب) $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \ln \frac{1}{4}$ و $u_n = 3 + e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \ln \frac{1}{4}}$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$	
	0,25+0,5	$P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times e^{v_2} \times \dots \times e^{v_n}$ (ج) $P_n = e^{v_0 + v_1 + \dots + v_n}$ و منه $P_n = e^{2\left(\ln \frac{1}{4}\right)\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]}$ $\lim P_n = \frac{1}{16}$	
		التمرين الثاني: (04 نقاط)	
	0,75	(1) $AB(3;1;-1)$ ، $AC(2;-1;-1)$ و AC و AB غير مرتبطين خطيا و منه A ، B ، C تعين مستويا.	
	01	(2) إثبات أن $2x - y + 5z - 3 = 0$ هي معادلة لـ (ABC)	
	0,25	(3) $D \notin (ABC)$	
04	01	ب- $\overline{DH} \left(\frac{-17}{15}; \frac{17}{30}; \frac{-17}{6} \right)$ ؛ $\overline{DH} \cdot \overline{AC} = 0$ و $\overline{DH} \cdot \overline{AB} = 0$ و $(H \in (ABC))$ (أو $\overline{DH} = k \cdot \overline{n}$ و $(H \in (ABC))$).	الهندسة في الفضاء
	2×0,5	ج- استنتاج أن (ADH) و (ABC) متعامدان. $\overline{AH} \left(\frac{28}{15}; \frac{-13}{30}; \frac{-5}{6} \right)$ $(AH): \begin{cases} x = \frac{28}{15}t - 1 \\ y = \frac{-13}{30}t \\ z = \frac{-5}{6}t + 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	
		التمرين الثالث: (04,5 نقطة)	
	0,5	(1) أ- $P(6) = 0$	الأعداد المركبة
	0,5	ب- $P(z) = (z-6)(z^2 - 6z + 12)$	
	0,75	ج- $P(z) = 0$ معناه $z = 6$ أو $z = 3 - i\sqrt{3}$ أو $z = 3 + i\sqrt{3}$.	
	0,75	(2) $z_C = 3 - i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3} = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_A = 6 = 6e^{i0}$	
04,5	+0,25 0,25	ب) $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ ؛ $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$	
	0,5	ج) $z_A - z_B = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_A - z_C)$ إذن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ (أو طريقة أخرى). إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.	

الإجابة لموضوع مقترح لدورة 2012 رياضيات/علوم تجريبية

	0,5	(3) أ- العبارة المركبة للتشابه $S: z' = i\sqrt{3}z - 4i\sqrt{3}$	
	0,25	ب- $z_{A'} = 2i\sqrt{3}$	
	0,25	ج- $z_A - z_{A'} = 2(z_A - z_B)$ ، إذن A, B, A' في استقامة.	
		التمرين الرابع: (07 نقطة)	
	2x0,25	(I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$	
	0,75	(2) $g'(x) = -(1+x)e^x$ ، إشارتها هي إشارة $-(1+x)$ لأن $e^x > 0$ ♦ جدول تغيرات الدالة g	
	0,25	(3) أ- إثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $[-1; +\infty[$.	
	0,5	ب- التحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$. إشارة $g(x)$ $\xrightarrow{-\infty} + \alpha \xrightarrow{-} +\infty$	
	0,25	(II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	
	0,25	(2) من أجل كل x من $]-\infty; 2]$ ، $f'(x) = -g(x)$	
	0,25	♦ إشارة $f'(x)$: $\xrightarrow{-\infty} - \alpha \xrightarrow{+} +\infty$	
	0,5	♦ جدول التغيرات.	
07	0,5	(3) تبيان أن $f(\alpha) = \frac{-1-\alpha^2}{\alpha}$	الدوال
	0,5	♦ $-2,72 < f(\alpha) < -2,08$	العددية
	0,25	(4) أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (-x-1) = 0$	حساب
	0,25	ب) $f(x) - (-x-1) = (x-1)e^x$ إشارتها $\xrightarrow{-\infty} - 1 \xrightarrow{+} +\infty$	المساحات
	0,25	الوضع النسبي	
	2x0,25	(5) أ) مبرهنة القيم المتوسطة	
	0,75	ب) رسم (Δ) ، (C_f) .	
	0,5	(6) أ) $b = -1$ ، $a = 1$	
	0,25	ب) $G(x) = x - (x-1)e^x$	