العلامة: مجموع	العلامة: مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
04		**التمرين الأول: (04 نقاط)**
	0,50 0,50	1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$. إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأول $v_0=5$.
	$0,50\times 2$	2) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n-4$.
	0,50	3) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)$ و منه $u_{n+1}-u_n<0$. إذن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.
	0,50	4) $S_n=15\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)-4(n+1)$.
	0,50	5) أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1}-w_n>0$ إذن (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.
	0,50	ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-w_n)=0$ (لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$) .
05		**التمرين الثاني: (05 نقاط)**
	0,75	1) أ) $\overrightarrow{AB}(-3;3;0)$ ، $\overrightarrow{AC}(-1;0;1)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن A ، B و C تعيّن مستويا (ABC) .
	01	ب) $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إذن $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}$ و منه $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .
	0,50	جـ) $(ABC): x+y+z+d=0$ $A\in(ABC)$ و منه: $d=-2$ أي: $(ABC): x+y+z-2=0$
	01	2) أ) $\overrightarrow{OG}=\frac{\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}}{2}$ إذن $G\left(-\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$.
	0,50	ب) $M\in(\Gamma)$ معناه $MG=MD$ إذن (Γ) هو المستوي المحوري للقطعة $[GD]$.
	0,50	جـ) $(\Gamma): 6x-4y+2z+3=0$.
	0,25	3) ليكن $\vec{u}(6;-4;2)$ شعاع ناظمي لـ (Γ) . $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) . $\vec{u}$ و $\vec{n}$ غير مرتبطين خطيا. إذن (ABC) و (Γ) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) .

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
$\begin{cases} x=3t+\frac{1}{2} \\ y=2t+\frac{3}{2} \\ z=-5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ أو أي تمثيل آخر	0,50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		05
(1 $\Delta=\left(6\sqrt{2}\,i\right)^2$ ؛ $z'=3\sqrt{2}(1+i)$ و $z''=3\sqrt{2}(1-i)=\overline{z'}$.	0,75	
(2 أ) $z_A=z'=6e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B=z''=6e^{-i\frac{\pi}{4}}$. $(1+i)z_A=6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$.	0,75	
ب) $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}=e^{i1007\pi}=-1$.	0,50	
جـ) $DO=DA=DC=DB=3\sqrt{2}$ إذن النقط O ، A ، B، C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D و نصف قطرها $3\sqrt{2}$.	01	
د) $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=i$ ، $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)=\arg\left(\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}$. المثلث ACB قائم في C و متساوي الساقين $CA=CB$ و النقطة D منتصف القطعة $[AB]$ لأنّ $z_D=\frac{z_A+z_B}{2}$ و كذلك منتصف القطعة $[OC]$ لأنّ $z_D=\frac{z_C}{2}$. إذن الرباعي $OACB$ مربع.	0,75	
3) أ) العبارة المركبة للدوران R : $z'=iz$.	0,25	
ب) $z_{C'}=6\sqrt{2}\,i$ ؛ $z_{\overrightarrow{C'A}}=3\sqrt{2}(1-i)=z_{\overrightarrow{AC}}$، ومنه $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{C'A}$ مرتبطان خطيا	0,50	
جـ) $z_{A'}=3\sqrt{2}(-1+i)$ صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R هو الرباعي (المربع) $OAC'A'$ لأنّ : $R(O)=O$ ، $R(A)=A'$ ، $R(C)=C'$ و $R(B)=A$.	0,50	
التمرين الرابع: (06 نقاط)		02,75
1) أ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f). $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$؛ المستقيم ذو المعادلة $y=1$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f).	0,25 × 4	
ب) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{2}{x^2}(1-\ln x)$.	0,50	
إشارة $f'(x)$: x: 0 ... e ... $+\infty$ ؛ $f'(x)$: + 0 −	0,25	
f متزايدة تماما على $]0;e]$ و متناقصة تماما على $[e;+\infty[$.	0,25	
– جدول تغيّرات الدالة f .	0,25	
2) أ) $f(x)-1=\frac{2\ln x}{x}$ و منه إشارة $f(x)-1$ هي: x: 0 ... 1 ... $+\infty$ ؛ $f(x)-1$: − 0 +	0,50	

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
من أجل x من $]0;1[$ (C_f) أسفل (Δ)، من أجل x من $]1;+\infty[$ (C_f) أعلى (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;1)$.	0,25	03,25
ب) $(T): y=2x-1$	0,25	
ج) الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]0;1]$ ، و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=-\infty$ و $f(1)=1>0$ ؛ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$. $f\left(e^{-0,3}\right)\simeq +0,2$ ، $f\left(e^{-0,4}\right)\simeq -0,2$ أي: $f\left(e^{-0,4}\right)\times f\left(e^{-0,3}\right)<0$. إذن $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$	0,75	
3) إنشاء المماس (T) و المنحنى (C_f).	0,50	
4) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0\}$ ، $h(x)-h(-x)=0$ ، و منه h دالة زوجية أو (yy') محور تناظر لـ (C_h)).	0,50	
ب) في المجال $]0;+\infty[$ ، $h(x)=f(x)$ و منه (C_h) ينطبق على (C_f) وفي المجال $]-\infty;0[$ (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة إلى (yy') – إنشاء (C_h)	0,50	
جـ) $\ln x^2=(m-1)\|x\|$ معناه $h(x)=m$ و بالتالي حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_h) و المستقيم ذي المعادلة $y=m$ مع $(m\in\mathbb{R})$. إذا كان $m\leq 0$ للمعادلة حلّين. إذا كان $0<m<1+\frac{2}{e}$ للمعادلة 4 حلول. إذا كان $m=1+\frac{2}{e}$ للمعادلة حلّين (مضاعفين). إذا كان $m>1+\frac{2}{e}$ ، المعادلة ليس لها أي حل.	0,50	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط) I) 1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=e^{-1}.u_n$. إذن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q=e^{-1}$ و حدّها الأول $u_0=\sqrt{e}$.	0,75	04
2) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$ نستنتج أنّ (u_n) متتالية متقاربة.	0,75	
3) $S_n=\sqrt{e}\left(\dfrac{1-e^{-n-1}}{1-e^{-1}}\right)$.	0,50	
II) 1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=\dfrac{1}{2}-n$ ؛ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=v_n-1$. إذن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r=-1$ و حدّها الأول $v_0=\dfrac{1}{2}$.	0,50 0,50	
2) أ) $P_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n=\dfrac{(n+1)}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-n\right)$ أي $P_n=\dfrac{1-n^2}{2}$.	0,50	
ب) $P_n+4n>0$ أي $-n^2+8n+1>0$ و $n\in\mathbb{N}$. و بالتالي: $n\in[0;8]$ و $n\in\mathbb{N}$ أي $n\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$.	0,50	
التمرين الثاني: (05 نقاط) 1) أ) $\overrightarrow{AB}(0;-1;-1)$ ، $\overrightarrow{AC}(1;1;2)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن A ، B و C ليست في إستقامية.	0,75	05
ب) تمثيل وسيطي للمستوي (ABC) هو: $(\alpha,\beta\in\mathbb{R})$; $\begin{cases}x=1+\beta\\y=-1-\alpha+\beta\\z=-2-\alpha+2\beta\end{cases}$ أو أي تمثيل	0,75	
جـ) التحقق أنّ معادلة للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.	0,75	
2) $\overrightarrow{u_1}(1;-1;-2)$ شعاع ناظمي لـ (P) و $\overrightarrow{u_2}(3;2;-1)$ شعاع ناظمي لـ (Q) . $\overrightarrow{u_1}$ و $\overrightarrow{u_2}$ غير مرتبطين خطيا إذن (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) . – إثبات أنّ تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) هو: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t-3\\y=-t\\z=1+t\end{cases}$.	0,25 0,75	
3) تقاطع المستويات : $(ABC)\cap(P)\cap(Q)=\{E(-9;6;-5)\}$ ؛ ($t=-6$) .	0,75	
4) $\sqrt{6}\times d(M,(P))=\sqrt{14}\times d(M,(Q))$ أي $\|x-y-2z+5\|=\|3x+2y-z+10\|$ حيث: $(\Gamma)=(P_1)\cup(P_2)$ $(P_1): 2x+3y+z+5=0$ و $(P_2): 4x+y-3z+15=0$.	0,50 0,50	

(الموضوع الثاني) عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الثالث: (04 نقاط)		04
1) المعادلة تعني $(z-i)=0$ أو $(z^2-2z+5=0)$...و منه $z=i$	0,25	
$\Delta=(4i)^2$ ؛ $z'=1+2i$ ، $z''=1-2i$	0,75	
2) أ) إنشاء النقط A ، B و C	0,75	
ب) $z_H=1+i$	0,25	
جـ) مساحة المثلث ABC هي: $\mathscr{A}=2\,cm^2$	0,50	
3) أ) الكتابة المركبة لــ S هي: $z'=\frac{1}{2}iz+\frac{1}{2}+i$	0,50	
ب) مساحة صورة ABC بالتشابه S هي: $\mathscr{A}'=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}cm^2$	0,50	
4) $\lvert z\rvert=\lvert iz+1+2i\rvert$ أي $\lvert z\rvert=\lvert z+2-i\rvert$ ومنه مجموعة النقط هي محور القطعة $[OD]$ حيث $D(-2;1)$	0,50	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		02
I(1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.	0,50	
ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=6x^2-8x+7$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$ و بالتالي g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. جدول تغيّرات الدالة g .	0,75	
2) أ) g مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$، $g(0,7)\simeq-0,37$ و $g(0,8)\simeq0,06$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,7<\alpha<0,8$.	0,50	
ب) إشارة $g(x)$: $-\infty$ ‏ $-$ ‏ α ‏ $+$ ‏ $+\infty$	0,25	
II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,50	05
2) أ) برهان أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.	0,50	
ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$. إذن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ): $y=\frac{1}{2}(x+1)$.	0,50	
جـ) $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)=\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، إشارة $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)$: $-\infty$ ‏ $+$ ‏ $\frac{1}{3}$ ‏ $-$ ‏ $+\infty$ إذا كان x ينتمي إلى $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ فإنّ (C_f) أعلى (Δ) و إذا كان x ينتمي إلى $\left]\frac{1}{3};+\infty\right[$ فإنّ (C_f) أسفل (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) في $A\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.	0,50	

<table>
<tr><td>3) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$.</td><td>0,50</td><td></td></tr>
<tr><td>ب) إشارة $f'(x)$: $-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad \alpha \quad + \quad +\infty$</td><td>0,25</td><td></td></tr>
<tr><td>جدول تغيّرات الدالة f :
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0 α $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$ 0 $+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty \nearrow 1 \searrow f(\alpha) \nearrow +\infty$</td></tr>
</table></td><td>0,25</td><td></td></tr>
<tr><td>4) $f(1)=0$.
$f(x)=0$ تعني $\dfrac{(x-1)(x^2+x-1)}{2x^2-2x+1}=0$ أي $(x-1)(x^2+x-1)=0$
و بالتالي $x-1=0$ أو $x^2+x-1=0$ حلول المعادلة هي:
$x_0=1$ ، $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ، $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$</td><td>0,25

0,50</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5) إنشاء المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)</td><td>0,50</td><td></td></tr>
<tr><td>6) أ) التحقق من: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h(x)=f(x)-2$</td><td>0,25</td><td></td></tr>
<tr><td>ب) (C_h) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;-2)$
إنشاء (C_h) في المعلم السابق.</td><td>0,25
0,25</td><td></td></tr>
</table>