B 6 R 1 1 A 1 1 B A C 2 0 1 4

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2014

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 3 سا و30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول

**التمرين الأول: ( 04 نقاط )**

لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{4}{3}$

و $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $v_n=u_n+4$.

1) بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) اكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ على $\mathbb{N}$.

4) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

5) لتكن $(w_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n=5\left(\frac{1}{v_n+5}-1\right)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية $(w_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ب) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-w_n)$.

**التمرين الثاني: ( 05 نقاط )**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;-1;1)$، $B(-1;2;1)$، $C(1;-1;2)$ و $D(1;1;1)$.

1) أ) تحقق أنّ النقط $A$، $B$ و $C$ تُعيّن مستويا.

ب) بيّن أنّ $\vec{n}(1;1;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي $(ABC)$.

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$.

2) لتكن النقطة $G$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$.

أ) احسب إحداثيات $G$.

ب) لتكن $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MD}\right\|$

بيّن أنّ $(\Gamma)$ هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[GD]$.

جـ) أثبت أنّ معادلة $(\Gamma)$ هي : $6x-4y+2z+3=0$.

3) بيّن أنّ المستويين $(ABC)$ و $(\Gamma)$ يتقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

B6R12A12BAC2014

**التمرين الثالث: ( 05 نقاط )**

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-6\sqrt{2}z+36=0$ .

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، لتكن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=3\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=6\sqrt{2}$ و $z_D=\frac{z_C}{2}$ .

أ) اكتب $z_A$ ، $z_B$ و $(1+i)z_A$ على الشكل الأسي.

ب) احسب $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$ .

جـ) بيّن أنّ النقط $O$ ، $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها $D$ ، يطلب تعيين نصف قطرها.

د) احسب $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$ ؟

3) ليكن $R$ الدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ .

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران $R$ .

ب) عيّن لاحقة النقطة $C'$ صورة $C$ بالدوران $R$ ثم تحقق أنّ النقط $C$ ، $A$ و $C'$ في استقامية.

جـ) عيّن لاحقة النقطة $A'$ صورة $A$ بالدوران $R$ ثم حدّد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران $R$ .

**التمرين الرابع: ( 06 نقاط )**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته: $y=1$ .

ب) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 1.

جـ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا $\alpha$، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$

3) أنشئ $(T)$ و $\left(C_f\right)$.

4) لتكن الدالة $h$ المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$ .

و ليكن $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$ . ماذا تستنتج ؟

ب) أنشئ المنحنى $\left(C_h\right)$ إعتمادا على المنحنى $\left(C_f\right)$.

جـ) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=(m-1)|x|$ .

B6R12A12BAC2014

## الموضوع الثاني

### التمرين الأوّل: ( 04 نقاط )

I) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$.

( $e$ هو أساس اللوغاريتم النيبيري ) .

1) بيّن أنّ $(u_n)$ متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

3) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

II) نضع، من أجل كل عدد طبيعي $n$، $v_n = \ln(u_n)$ ( $\ln$ يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري ).

1) عبّر عن $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج نوع المتتالية $(v_n)$.

2) أ) احسب بدلالة $n$ العدد $P_n$ حيث: $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n)$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $P_n + 4n > 0$.

### التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;-1;-2)$ ، $B(1;-2;-3)$ و $C(2;0;0)$.

1) أ) برهن أن $A$ ، $B$ و $C$ ليست في استقامية .

ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(ABC)$.

جـ) تحقق أنّ $x + y - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$.

2) نعتبر المستويين $(P)$ و $(Q)$ المعرّفين بمعادلتيهما كما يلي:

$(P): x - y - 2z + 5 = 0$ و $(Q): 3x + 2y - z + 10 = 0$.

برهن أنّ $(P)$ و $(Q)$ يتقاطعان وفق المستقيم $(\Delta)$ ذي التمثيل الوسيطي: $(t \in \mathbb{R});\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = t + 1 \end{cases}$.

3) عيّن تقاطع المستويات $(ABC)$، $(P)$ و $(Q)$.

4) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(M,(P))$ المسافة بين $M$ و المستوي $(P)$ و $d(M,(Q))$ المسافة بين $M$ و المستوي $(Q)$، عيّن المجموعة $(\Gamma)$ للنقط $M$ بحيث:

$\sqrt{6} \times d(M,(P)) = \sqrt{14} \times d(M,(Q))$.

### التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ حيث:

$$(z - i)(z^2 - 2z + 5) = 0$$

2) في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ( وحدة الطول $1cm$ )، تعطى النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها: $z_A = i$ ، $z_B = 1 + 2i$ و $z_C = 1 - 2i$ على الترتيب .

أ) أنشئ النقط $A$ ، $B$ و $C$.

ب) جد $z_H$ لاحقة النقطة $H$ المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستقيم $(BC)$.

جـ) احسب مساحة المثلث $ABC$.

3) ليكن $S$ التشابه المباشر الذي مركزه $A$ و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه $S$.

ب) بيّن أنّ مساحة صورة المثلث $ABC$ بالتشابه $S$ تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

4) $M$ نقطة لاحقتها $z$، عيّن مجموعة النقط $M$ حيث: $|z|=|iz+1+2i|$

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

I) – لتكن $g$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و $(\Delta)$

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث $f'$ مشتقة الدالة $f$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم $x$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$ )

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $(C_f)$.

6) لتكن $h$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ $(C_h)$ هو صورة $(C_f)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ $(C_h)$.