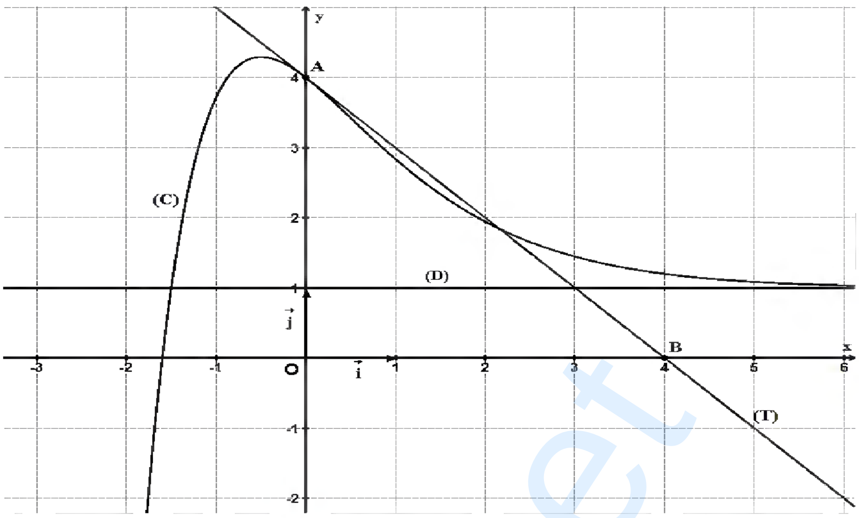
Corrigé de l'épreuve de mathématiques du baccalauréat
Session de contrôle 2017 Section : Economie et Gestion

Exercice 1



1) a) f(0) =4 et f '(0)=-1.

b) (T) : y= -x+4.

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$.

d) 2<A<3.

2)a) $f'(x) = ae^{-x} - (ax+b)e^{-x} = (-ax+a-b)e^{-x}$.

b) $\begin{cases} f(0) = 4 \\ f'(0) = -1 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 1+b = 4 \\ a-b = -1 \end{cases}$ *équivaut à* $\begin{cases} b = 3 \\ a = 2 \end{cases}$

équivaut à $f(x) = 1 + (2x+3)e^{-x}$, pour tout réel x.

c) La fonction F est dérivable sur IR et F'(x)=$1 - 2e^{-x} + (2x+5)e^{-x} = f(x)$.
Alors F est une primitive de f sur IR.

d) $A = \int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = 1 - 9e^{-2} + 7e^{-1}$.

Exercice 2

1) a) Nombre d'arêtes sortantes et le nombre d'arêtes rentrantes :

	A	B	C	D	E
d^+	2	2	1	2	1
d^-	2	1	1	2	2

b) $d^+ \neq d^-$ pour les sommets B et E donc G n'admet pas de cycle eulérien.

c) Pour les sommets A, C et D : $d^+ = d^-$.

Pour le sommet B : $d^+ = d^- + 1$.

Pour le sommet E on a $d^+ = d^- - 1$.

Donc G admet une chaine eulérienne.

d) Exemple de chaine eulérienne : B-D-A-C-D-E.

2) $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Il ya 2 chaines de longueur 2 reliant le sommet B à E.

Exercice 3

1) On trouve C=$\begin{pmatrix} 4 & -6 & 14 \\ -2 & 4 & -9 \\ 2 & -4 & 10 \end{pmatrix}$.

2) a) det(A)=$\frac{1}{4} \neq 0$. Alors la matrice A est inversible.

b) Il suffit de vérifier que AxC = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3) $(-2) + 6x1 + 4x2 - 8 = 4 \neq 0$, ainsi le triplet $(-2, 1, 2)$ ne vérifie pas la deuxième équation du système, par la suite il n'est pas une solution de (S).

a) (a, b, c)est une solutiondu système (S) équivaut à

$$\begin{cases} 2a + 2b - c = -4 \\ a + 6b + 4c = 8 \\ 2b + 2c = 6 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} a + b - \frac{1}{2}c = -2 \\ \frac{1}{2}a + 3b + 2c = 4 \\ b + c = 3 \end{cases} \text{ équivaut à } A\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

c) $A \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ équivaut à $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = A^{-1}.\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ On trouve *a=10* *b= -7* *c=10*

Exercice 4

1) $U_1 = \frac{1}{2}(U_0 + e) = \frac{3}{2}e$ et $U_2 = \frac{1}{2}(U_1 + e) = \frac{5}{4}e$.

2) a) $U_0 = 2e > e$.

Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $U_n > e$ et montrons que $U_{n+1} > e$.

En effet si $U_n > e$ alors $U_n + e > 2e$ d'où $\frac{1}{2}(U_n + e) > e$ c'est-à-dire $U_{n+1} > e$.

Conclusion : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > e$.

b) Soit $n \in \mathbb{N}$. $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}(U_n + e) - U_n = \frac{1}{2}(\mathrm{e} - U_n) < 0$ car $\mathrm{e} < U_n$.

c) La suite $\boldsymbol{U}$ est décroissante et minorée par e alors elle est convergente.

3) Soit la suite $\boldsymbol{V}$ est définie sur IN par $V_n = U_n - e$.

a) Soit $n \in \mathbb{N}$, $V_{n+1} = U_{n+1} - e = \frac{1}{2}(U_n + e) - e = \frac{1}{2}(U_n + e) - \frac{2}{2}e = \frac{1}{2}(U_n + e - 2e) = \frac{1}{2}(U_n - e) = \frac{1}{2}V_n$.

Alors $\boldsymbol{V}$ est une suite géomètrique de raison $\frac{1}{2}$.

b) $V_0 = U_0 - e = 2e - e = e$ d'où pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = e\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

De l'égalité $V_n = U_n - e$, on déduit que $U_n = e + e\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

c) $\frac{1}{2} \in]-1,1[$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} e\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ par la suite $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} e + e\left(\frac{1}{2}\right)^n = e$.