

Corrigé type Mathématiques

Exercice 1 (5,5pts)

1) Calculons plus simplement :

$$N = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9} + 7 = \frac{-7}{3} \times 9 + 7$$

$$= -21 + 7 ; \mathbf{N = -14 (0,5)}$$

$$T = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} \times \sqrt{32} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} ;$$

$$\mathbf{T = 2\sqrt{2} (0,5)}$$

$$M = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{75}$$

$$= 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} ; \mathbf{M = 5\sqrt{3} (0,5)}$$

$$A = \frac{72 \times 10^{-3}}{25 - 24,991} = \frac{72 \times 10^{-3}}{0,009} = \frac{72 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{-3}}$$

$$\mathbf{A = 8 (0,5)}$$

2) Calculons p x q

$$p \times q = (3 + 2\sqrt{2})(1 - \sqrt{2})^2$$

$$= (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 9 - 8$$

$$\mathbf{p \times q = 1 (0,25)}$$

p et q sont donc des nombres inverses (0,25)

3) Déterminons x ; y et t

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{t}{7} = \frac{x+y+t-3}{12}$$

$$\frac{363-3}{12} = \frac{360}{12} = \mathbf{30 (0,25)}$$

$\frac{x-2}{2} = 30$	$\frac{y-1}{3} = 30$	$\frac{t}{7} = 30$
$\mathbf{x = 62 (0,25)}$	$\mathbf{y = 91 (0,25)}$	$\mathbf{t = 210 (0,25)}$

4) Sens de variation de $U = \frac{-3}{2}x + 1$

Le coefficient directeur $a = \frac{-3}{2}$; $a < 0$

U est donc une application décroissante. (0,5)

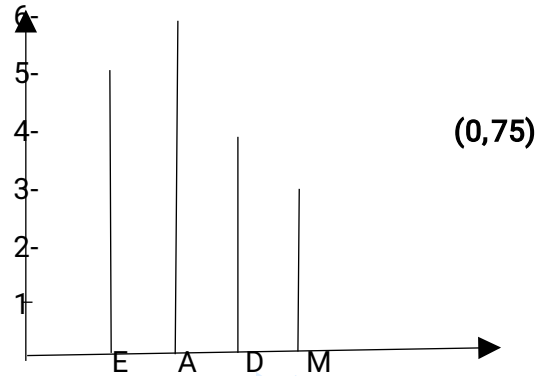
Rangeons :

Si U est décroissante et $-2 < 0 < \frac{2}{3} < 2$ alors

$$\mathbf{U(-2) > U(0) > U(\frac{2}{3}) > U(2) (0,5)}$$

5) a) **Le projet prioritaire est le projet A (0,25)**

b) Construction du diagramme en bâtons.



Exercice 2 (5pts)

1) Développons P.

$$P = 4(x-1)^2 - (x+5)^2$$

$$= 4(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 10x + 25)$$

$$= 4x^2 - 8x + 4 - x^2 - 10x - 25$$

$$\mathbf{P = 3x^2 - 18x - 21 (0,75)}$$

2) Factorisons P et Q.

$$P = 4(x-1)^2 - (x+5)^2$$

$$= [2(x-1) - (x+5)][2(x-1) + (x+5)]$$

$$= (2x - 2 - x - 5)(2x - 2 + x + 5)$$

$$\mathbf{P = (x-7)(3x+3) = 3(x-7)(x+1) (0,75)}$$

$$Q = x^2 + 9 - 6x - (3-x)(2x+1)$$

$$= x^2 - 6x + 9 + (x-3)(2x+1)$$

$$= (x-3)^2 + (x-3)(2x+1)$$

$$= (x-3)(x-3+2x+1)$$

$$\mathbf{Q = (x-3)(3x-2) (0,75)}$$

$$3) H = \frac{x^2 - 6x + 9}{(3x-2)(x-3)}$$

a) Condition d'existence de la fraction H.

H existe si $(3x-2)(x-3) \neq 0$;

$$\text{On a : } x \neq \frac{2}{3} \text{ et } x \neq 3$$

H existe si $x \neq \frac{2}{3}$ et $x \neq 3$ (0,75)

b) Simplifions H. $H = \frac{(x-3)(x-3)}{(3x-2)(x-3)}$

$$\mathbf{H = \frac{x-3}{3x-2} \text{ avec } x \neq \frac{2}{3} \text{ et } x \neq 3 (0,5)}$$

c) Calculons H.

Pour $x = 0$; $H = \frac{0-3}{3(0)-2}$; $\mathbf{H = \frac{3}{2} (0,5)}$

Pour $x = \sqrt{2}$; $H = \frac{\sqrt{2}-3}{3\sqrt{2}-2} = \frac{(\sqrt{2}-3)(3\sqrt{2}+2)}{18-4}$

$$= \frac{0-7\sqrt{2}}{14} ; \mathbf{H = \frac{-7\sqrt{2}}{14} = \frac{-\sqrt{2}}{2} (0,5)}$$

d) Encadrement de H pour $x = \sqrt{2}$

$$\frac{-1,415}{2} < \frac{-\sqrt{2}}{2} < \frac{-1,414}{2}$$

$$-0,71 < H < -0,70 \quad (0,5)$$

Exercice 3 (6pts)

1) Les coordonnées des points A ; B ; C et D.

$$\vec{OA} = -3\vec{OI} ; \quad \vec{A} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

$$\vec{BO} = -2\vec{OI} - \vec{OJ} ; \quad \vec{B} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

$$\vec{CO} = -4\vec{OI} - 3\vec{OJ} ; \quad \vec{C} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

$$\vec{OD} = -\vec{OI} + 2\vec{OJ} ; \quad \vec{D} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

2)a) Les coordonnées de :

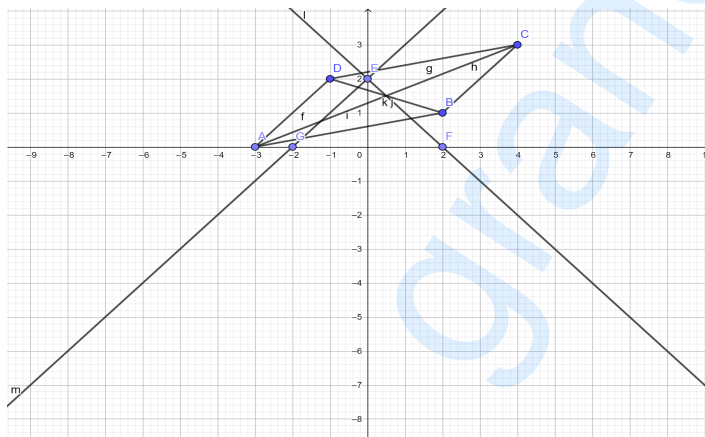
$$\vec{BA} \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} ; \quad \vec{BA} \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (0,5)$$

$$\vec{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} ; \quad \vec{CD} \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (0,5)$$

Le quadrilatère ABCD est parallélogramme car

$$\vec{BA} = \vec{CD} \quad (0,5)$$

Figure (1pt)



b) Démontrons que les segments [AC] et [BD] ont même milieu M.

$$[AC] \begin{pmatrix} \frac{x_A + x_C}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} \end{pmatrix} ; \quad M \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

$$[BD] \begin{pmatrix} \frac{x_B + x_D}{2} \\ \frac{y_B + y_D}{2} \end{pmatrix} ; \quad M \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

D'où les segments [AC] et [BD] ont même milieu

$$M \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

3) Les distances OD et OB :

$$OD = \sqrt{x_{OD}^2 + y_{OD}^2} ; \quad OD = \sqrt{5} \quad (0,5)$$

$$OB = \sqrt{x_{OB}^2 + y_{OB}^2} ; \quad OB = \sqrt{5} \quad (0,5)$$

Le triangle DOB est donc isocèle en O car $OB = OD = \sqrt{5}$ (0,25)

4)b) Equation de (Δ) .

Soit $(\Delta) : y = ax + b$. Si $(\Delta) \parallel (L)$ alors $a =$

1 et on a $(\Delta) : y = x + b$. Si $R \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un

point (Δ) alors $3 = 1 + b$; $b = 2$. D'où $(\Delta) : y = x + 2$ (0,5)

Exercice 4 (3,5pts)

1) Justifions BOA est un triangle rectangle.

$$BO^2 = 64 ; AB^2 = 40,96 \text{ et } AO^2 = 23,04$$

$$64 = 40,96 + 23,04$$

$BO^2 = AB^2 + AO^2$. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, BOA est un triangle rectangle en A. (0,5)

d'où

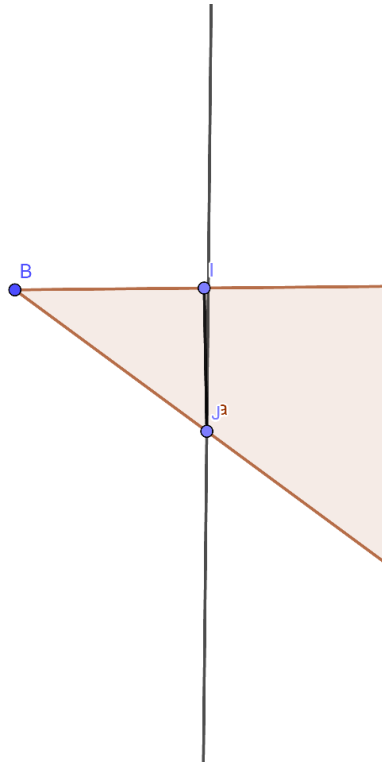


Figure: (1pt)

L'aire A de BOA :

$$A = \frac{AB \times OA}{2} = \frac{6,4 \times 4,8}{2}$$

$$A = 15,36 \text{ cm}^2 (0,5)$$

2) Démontrons le point J est le milieu de [BO]

Si I est milieu de [AB] et (IJ) // (AO) alors J est le milieu [BO] car dans un triangle une droite qui passe par le milieu d'un côté parallèlement au support du deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu. (0,5)

La droite (IJ) représente l'axe médian du triangle BAJ car BAJ est un triangle isocèle en J et I est milieu de [BA]. (0,5)

3) Calculons SinABO.

$$\text{SinABO} = \frac{AO}{BO} = \frac{4,8}{8}$$

$$\text{SinABO} = 0,6 (0,25) ;$$

$$\text{mesABO} = 37^\circ (0,25)$$