

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION <b>EXAMEN DU BACCALAUREAT</b> <b>SESSION DE JUIN 2008</b>		<b>NOUVEAU REGIME</b>	
		<b>SESSION PRINCIPALE</b>	
SECTION :	<b>ECONOMIE ET GESTION</b>		
EPREUVE :	<b>MATHEMATIQUES</b>	DUREE : 2 h	COEFFICIENT : 2

**exercice 1 : ( 4 points )**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

- Soit la fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  et définie par  $f(x) = x^2 e^{-x}$

1) La limite de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$  est égale à

- a)  $-\infty$                       b) 0                      c)  $+\infty$ .

2) La fonction dérivée  $f'$  de  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par

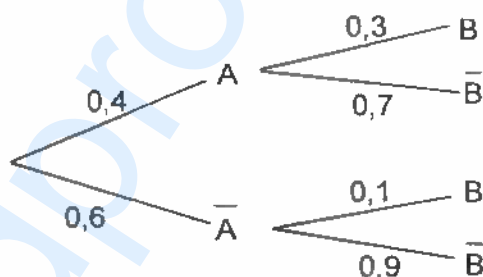
- a)  $f'(x) = 4x e^{-x}$                       b)  $f'(x) = -x^2 e^{-x}$                       c)  $f'(x) = (2x - x^2) e^{-x}$

- Une expérience aléatoire est représentée

par l'arbre pondéré ci-contre où  $A$  et  $B$

sont deux événements et  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  sont

leurs événements contraires respectifs.



1) La probabilité de l'événement  $A \cap B$  est égale à

- a) 0,12                      b) 0,7                      c) 0,3.

2) La probabilité de l'événement  $\bar{B}$  est égale à

- a) 0,4                      b) 0,18                      c) 0,03.

**exercice 2 : ( 5 points )**

Soit les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{e} u_n + e - 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = u_n - e.$$

1) a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{e}$ .

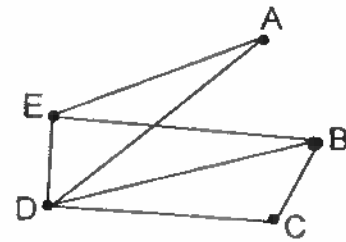
b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .

c) Déterminer la limite de la suite  $(v_n)$ .

2) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente et déterminer sa limite.

**Exercice 3 : ( 5 points )**

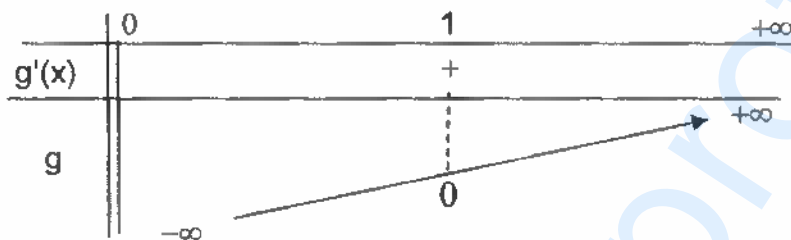
Soit le graphe G ci-contre :



- 1) a) Donner le degré du sommet B du graphe G.  
b) G admet-il un cycle eulérien ? Justifier.
- 2) a) Prouver que G admet au moins une chaîne eulérienne.  
b) Donner un exemple de chaîne eulérienne.
- 3) Les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique. Donner la matrice M associée au graphe G.

**Exercice 4 : ( 6 points )**

- 1) On a représenté ci-dessous le tableau de variation de la fonction  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$ .



Déterminer le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

- 2) On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x)}{x}$ .  
On désigne par  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (l'unité graphique est 1 cm).
  - a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et interpréter graphiquement le résultat.
  - b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1))$  et interpréter graphiquement le résultat.
- 3) a) Démontrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 4) a) Etudier la position relative de la courbe  $(\mathcal{C})$  et de la droite D d'équation  $y = x - 1$ .  
b) Tracer D et  $(\mathcal{C})$ .  
c) Calculer en  $\text{cm}^2$ , l'aire de la partie du plan limitée par la droite D, la courbe  $(\mathcal{C})$  et les droites d'équations respectives  $x = 1$  et  $x = e$ .

## CORRIGE &amp; BAREME DE NOTATION

CORRIGE	BAREME	COMMENTAIRES
<b>Exercice1 :</b> I- 1) b) 2) c) II- 1) a) 2) b)	<b>4 points</b> 1 x 4	
<b>Exercice2 :</b> 1) a) $v_{n+1} = \frac{1}{e}u_n - 1 = \frac{1}{e}(u_n - e) = \frac{1}{e}v_n$ donc $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{e}$ b) $v_n = (-e)\left(\frac{1}{e}\right)^n = -\frac{1}{e^{n-1}}$ c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ 2) $u_n = v_n + e$ $(v_n)$ étant convergente alors $(u_n)$ l'est aussi. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e$	<b>5 points</b> 1,5 1 1 1,5	$v_n = \frac{u_n - e}{e}$ 3x0,5 0,25 → Calcul de $v_0$ 0,25 → formule $(v_n = v_0 x q^n)$ 0,5 → le reste • $u_n$ cv. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e \rightarrow 1,00$
<b>Exercice3 :</b> 1) a) Le degré du sommet B est 3 b) G n'admet pas de cycle eulérien car le degré du sommet B est impair. 2) a) G étant connexe et seulement les sommets B et E sont de degrés impairs, alors G admet au moins une chaîne eulérienne. b) B - C - D - B - E - A - D - E (par exemple) 3) $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	<b>5 points</b> 0,5 1 1 1 1,5	2x0,5 n'admet pas -- justifié → 0,1

**Exercice4:**

1) Sur  $]0, 1[$ ,  $g(x) < 0$

Sur  $]1, +\infty[$ ,  $g(x) > 0$  et  $g(1) = 0$

2)a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ , la courbe admet une asymptote verticale d'équation  $x = 0$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-1)) = 0$ , la courbe admet en  $+\infty$  une asymptote oblique d'équation  $y = x-1$ .

3) a)  $f$  est dérivable sur  $]0, +\infty[$  et on a

$$f'(x) = 1 - \frac{1 - \ln(x)}{x^2} = \frac{x^2 - 1 + \ln(x)}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$$

*0,15 = non divisible*

b)

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f$	$+\infty$	0	$+\infty$

*0,25* (pointing to the 0 in the f row)

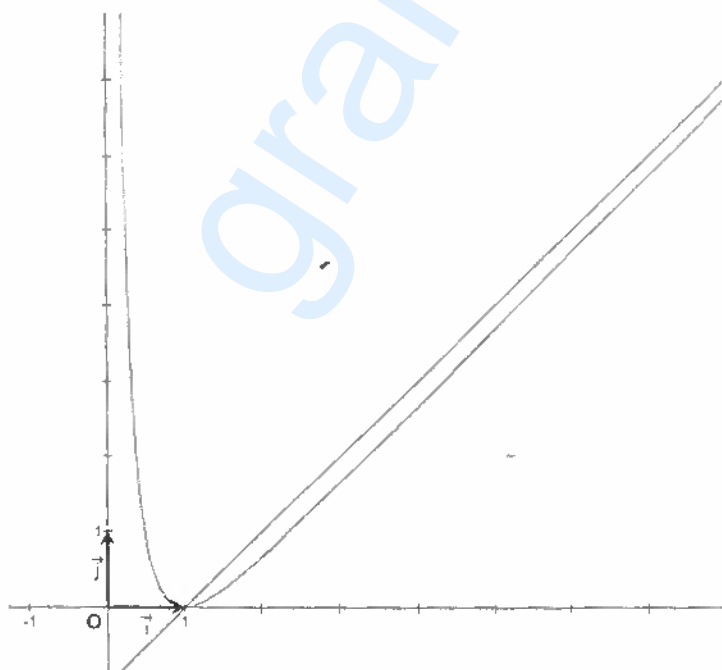
4) a)  $f(x) - (x-1) = -\frac{\ln(x)}{x}$

$x$	0	1	$+\infty$
$f(x) - (x-1)$	+	0	-

Sur  $]0, 1[$ , la courbe est au dessus de l'asymptote

Sur  $]1, +\infty[$ , la courbe est au dessous de l'asymptote.

b)



**6 points**

0,5

$(0,5 \times 2)$

0,5

$2 \times 0,25$

0,5

$(0,25 \times 2)$

1

$2 \times 0,5$

0,75

0,25 → pour le signe

0,25 → pour  $f(1)$

0,25 → pour limite en  $+\infty$

0,75

0,25 → différence

0,25 → pour le signe

0,25 → pour l'interprétation.

1

0,25 → D

0,75 → (C)

0,5 : allure (asymptotes)

0,25 : tangente

0,25

c)

$$A = \int_1^e ((x-1) - f(x)) dx = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$$

$$= \left[ \frac{1}{2} (\ln(x))^2 \right]_1^e = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

1

0,25 → la différence

0,25 → primitive

0,5 → calcul

$$\frac{1}{+1-}$$

grandprof.net