

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION *** EXAMEN DU BACCALAUREAT *** SESSION DE JUIN 2006	SESSION DE CONTROLE SECTION : ECONOMIE ET GESTION EPREUVE : MATHÉMATIQUES DURÉE : 3 heures COEFFICIENT : 2
---	---

Exercice 1 : (6 points)

- 1) a) Vérifier que $(2 - i\sqrt{3})^2 = 1 - 4i\sqrt{3}$.
 b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - 2z + 4i\sqrt{3} = 0$.

- 2) On considère dans \mathbb{C} l'équation :
 (E) : $z^3 - 3z^2 + 2(1 + 2i\sqrt{3})z - 4i\sqrt{3} = 0$.
 a) Vérifier que 1 est une solution de l'équation (E).
 b) Vérifier que pour tout nombre complexe z on a :

$$z^3 - 3z^2 + 2(1 + 2i\sqrt{3})z - 4i\sqrt{3} = (z - 1)(z^2 - 2z + 4i\sqrt{3})$$

 c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E).
 d) Placer dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , les points A, B et C images des solutions de l'équation (E).

Exercice 2 : (6 points)

Soient les suites (U_n) et (V_n) définies, pour tout entier naturel non nul n , par :

$$U_n = \int_0^1 x^n dx \quad \text{et} \quad V_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$$

- 1) a) Montrer que $U_n = \frac{1}{n+1}$.
 b) Calculer la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$.

- 2) a) Vérifier que pour tout réel x différent de -1 on a : $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$.
 b) En déduire que $V_1 = 1 - \text{Log } 2$.
 c) Montrer que $V_{n+1} + V_n = U_n$.
 d) En déduire les valeurs de V_2 et V_3 .

Problème : (8 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} + x$.

On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

A – 1) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

b) Montrer que pour tout réel x on a $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} + 1$.

c) Dresser le tableau de variation de f .

2) a) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (\mathcal{C}) au voisinage de $+\infty$.

b) Montrer que la courbe (\mathcal{C}) est en dessous de Δ .

c) Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe (\mathcal{C}) au voisinage de $-\infty$.

3) a) Montrer que le point $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ est un centre de symétrie pour la courbe (\mathcal{C}) .

b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à la courbe (\mathcal{C}) au point A .

4) Tracer (\mathcal{C}) et T .

B – Soit α un réel strictement positif.

1) Montrer que $\int_0^\alpha \frac{e^x}{1 + e^x} dx = \text{Log}\left(\frac{1 + e^\alpha}{2}\right)$.

2) Calculer la mesure de l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$ de la partie du plan limitée par la courbe \mathcal{C} , la droite Δ , et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = \alpha$.

3) Montrer que $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha) = \text{Log } 2$.