REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION
EXAMEN DU BACCALAUREAT
SESSION DE JUIN 2008

NOUVEAU REGIME
SESSION DE CONTROLE

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE
EPREUVE : MATHEMATIQUES | DUREE : 3 h | COEFFICIENT : 3

Exercice 1 : (4 points)

1) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1 + i$ et $z_B = -1 + i$.

a) Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle.

b) Déterminer l'affixe du point C tel que OACB est un carré.

2) On considère, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) : $z^2 + i\,b\,z - 2 = 0$ où b est un nombre réel.

a) Déterminer b pour que (1 + i) soit une solution de l'équation (E) .

b) Pour la valeur de b trouvée, déterminer la deuxième solution de l'équation (E) .

Exercice 2 : (6 points)

On considère une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ et dont le tableau de variation est suivant :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'(x)		$-$	0	$+$	‖	$+$	
f	1	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1) Répondre par vrai ou faux sans justification.

a) 0 est un minimum local de f .

b) La droite d'équation $x = 2$ est une asymptote à $\mathscr{C}$.

c) La droite d'équation $y = -3$ est une asymptote à $\mathscr{C}$.

d) La courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote oblique.

2) Déterminer le signe de f(x) pour $x \in \left]-\infty, 2\right[\cup \left]2, +\infty\right[$.

3) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \ln(|f(x)|)$.

a) Montrer que g est définie sur l'ensemble $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$.

b) Donner le tableau de variation de g.

c) Donner une allure de la courbe $\mathscr{C}'$ de g dans un repère orthonormé.

Exercice 3 : (5 points)

Un graphe orienté G de sommets ①, ②, ③ et ④ est défini par sa matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1) a) Quel est le nombre d'arcs aboutissant au sommet ③ ?

   b) Quel est le nombre d'arcs issus du sommet ③ ?

2) Dessiner le graphe G.

3) Donner deux chemins de longueur 3 allant du sommet ② au sommet ①.

Exercice 4 : (5 points)

1) Soit dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $11x - 5y = 2$.

   a) Vérifier que (2, 4) est une solution de (E) .

   b) Montrer que (x, y) est solution de (E) si et seulement si : $11(x-2) = 5(y-4)$.

   c) En déduire les solutions de (E).

2) Soit n un entier naturel non nul. On pose $a = 5n + 2$ et $b = 7n + 5$.

   a) Calculer $7a - 5b$ et en déduire que P.G.C.D (a,b) = 1 ou P.G.C.D (a,b) = 11.

   b) Déterminer en utilisant 1) les entiers naturels non nuls n tels que P.G.C.D. (a,b) = 11.