REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SESSION DE CONTRÔLE

SECTION : SCIENCES DE L'INFORMATIQUE

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE :** 3h **COEFFICIENT :** 3

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) L'équation (E) : $21x + 4y = 25$, admet dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

a) une infinité de solutions. b) une seule solution. c) zéro solution.

2) Pour tout entier naturel non nul n, PGCD $(2n, 2n + 1)$ est égal à

a) 1. b) 2n. c) 2n + 1.

3) Soit n un entier naturel et $A = 1 + 3^{2n}$
Le reste de la division euclidienne de A par 4 est

a) 0. b) 1. c) 2.

4) L'entier $9^{2010} + 4$ est divisible par

a) 3. b) 4. c) 5.

Exercice 2 (5 points)

On considère, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation

$$(E) : z^2 - (1 - 3i)z - (4+3i) = 0.$$

1) a) Calculer $(3 + i)^2$.
b) Résoudre l'équation (E).

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2 - i$, $-1 - 2i$ et $1 - 3i$.
a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
b) Montrer que OACB est un carré.

Exercice 3 (5 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n + 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n < 6$.

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

c) En déduire que (u_n) est convergente et trouver sa limite.

2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 6$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.

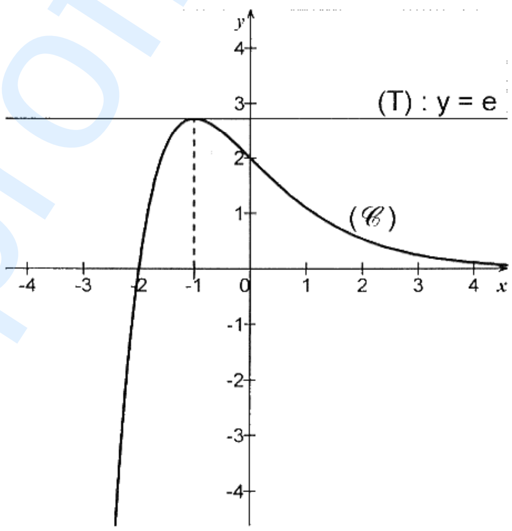
b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c) Retrouver la limite de (u_n) .

Exercice 4 (6 points)

Dans le graphique ci-contre, $(\mathscr{C})$ désigne la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On suppose que :

- l'axe des abscisses est une asymptote à $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$.
- $(\mathscr{C})$ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$.
- La droite (T) d'équation $y = e$ est la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse -1.



1) Donner par lecture graphique :

a) $f(-2)$, $f(0)$ et $f'(-1)$. (f' désigne la fonction dérivée de f).

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

c) Le signe de f(x) suivant les valeurs de x.

2) On suppose dans la suite que pour tout réel x, $f(x) = (x + 2)e^{-x}$.

a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f(x) = e^{-x} - f'(x)$.

b) En déduire une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

c) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe $(\mathscr{C})$, les deux axes des coordonnées et la droite d'équation $x = -2$.