REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

EXAMEN DU BACCALAURÉAT - SESSION DE JUIN 2010

SESSION DE CONTRÔLE

SECTION : SCIENCES TECHNIQUES

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE : 3 H** **COEFFICIENT : 3**

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit la sphère (S) : $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$ et le plan P : $2x - y - z = 0$.

La sphère (S) et le plan P sont

a) tangents b) sécants c) disjoints.

2) Soit A et B deux points distincts de l'espace.

L'ensemble des points M de l'espace tels que : $\vec{AM}.\vec{AB} = 0$ est

a) une droite b) une sphère c) un plan .

3) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x}-e^{-x}}{x}$ est égale à

a) $+\infty$ b) 2 c) 0.

4) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1-x)e^{x}$.
La valeur moyenne de f sur $[0 \; , \; 1]$ est égale à

a) -1 b) $2-e$ c) $e-2$.

Exercice 2 (6 points)

1) Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $2z^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3} + i)z + 1 + \sqrt{3}\, i = 0$.

a) Vérifier que 1 est une racine de l'équation (E) .

b) Déduire l'autre racine de (E).

Dans la suite, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

2) On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $z_B = iz_A$.

On désigne par I le milieu de $[AB]$ et on note z_I l'affixe de I.

a) Donner la forme exponentielle de z_A et z_B.

b) Placer les points A, B, et I dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

3) a) Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle.

b) En déduire que $OI = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\left(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{OI}}\right) \equiv \dfrac{7\pi}{12}[2\pi]$.

c) Ecrire z_I sous la forme algébrique et en déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et celle de $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.

Exercice 3 (5 points)

Le premier exercice d'un examen est un questionnaire à choix multiples (QCM) formé de quatre questions indépendantes. Pour chaque question trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Un candidat coche au hasard une seule réponse pour chaque question.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : le candidat coche la réponse exacte de la première question seulement.

B : le candidat coche une seule réponse exacte.

C : le candidat ne coche aucune réponse exacte.

2) Une réponse exacte vaut 1 point et une réponse fausse vaut 0 point.
On désigne par X la variable aléatoire égale à la note totale attribuée au candidat dans cet exercice.
a) Quelles sont les valeurs prises par X ?
b) Donner la loi de probabilité de X.
c) Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type de X.

Exercice 4 (6 points)

I) On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln(x)$.

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	
g	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

1) Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α et que $0,75 < \alpha < 1$.
2) Déterminer, suivant les valeurs de x ; le signe de $g(x)$.

II) Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 - \dfrac{\ln x}{x^2}$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite $\Delta : y = 2x - 1$ est une asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$.

c) Etudier la position relative de $(\mathscr{C})$ et Δ.

2) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) Tracer $(\mathscr{C})$ et Δ.

4) Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.