REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

EXAMEN DU BACCALAURÉAT - SESSION DE JUIN 2010

SESSION PRINCIPALE

SECTION : SCIENCES TECHNIQUES
EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE : 3 H** **COEFFICIENT : 3**

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l 'absence de réponse vaut 0 point.

1) On lance, dix fois de suite, un dé cubique équilibré dont les six faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
La probabilité que la face numérotée " 2 " apparaisse au moins une fois est égale à

a) $\left(\frac{5}{6}\right)^{10}$ b) $\left(\frac{1}{6}\right)^{10}$ c) $1-\left(\frac{5}{6}\right)^{10}$

2) Soit Ω un univers, p une probabilité définie sur $\mathscr{P}(\Omega)$ et E et F deux événements tels que $p(F)=\frac{1}{3}$ et $p(E/F)=\frac{1}{4}$.
$p(\overline{E}\cap F)$ est égal à

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{12}$.

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+e^x)}{x}$ est égale à

a) 0 b) 1 c) $+\infty$.

4) L'intégrale $\int_{\sqrt{e}}^{e}\frac{1}{x\ln x}\,dx$ est égale à

a) $\ln 2$ b) $-\ln 2$ c) $\frac{3}{8}$.

Exercice 2 (5 points)

1) Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2-(1+i)z+2(1+i)=0$.
   a) Vérifier que $(1-3i)^2=-8-6i$.
   b) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E).
2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $2i$, $1-i$, $3-i$ et $3+i$.

a) Placer les points A, B, C et D dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.
b) Montrer que le triangle ABD est isocèle.
c) Montrer que les points B et D sont symétriques par rapport à la droite (AC).
d) Calculer l'aire du triangle ABC et en déduire l'aire du quadrilatère ABCD.

Exercice 3 (6 points)

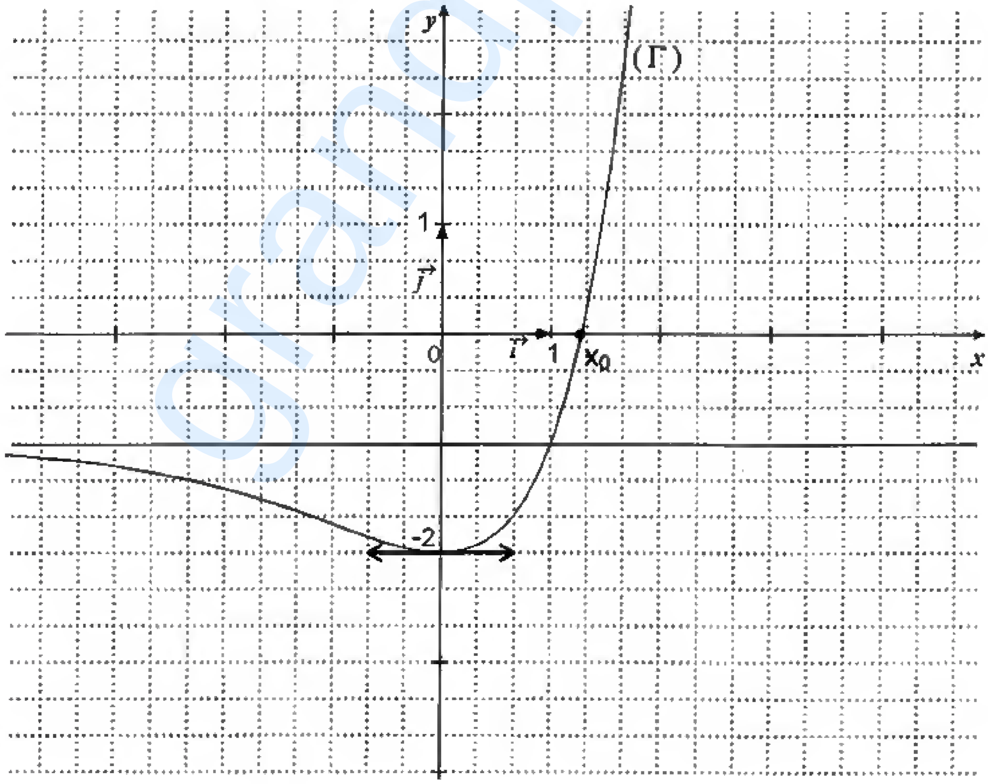
L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(0,1,2)$, $B(2,0,3)$, $C(-1,0,0)$ et $I(1,2,1)$.

1) a) Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   b) On désigne par P le plan (ABC). Montrer qu'une équation cartésienne de P est : $x+y-z+1=0$.
2) Soit la sphère (S) dont une équation cartésienne est : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+3=0$.
   a) Montrer que (S) a pour centre le point I et déterminer son rayon.
   b) Montrer que le plan P est tangent à (S) au point A.
   c) Calculer le volume du tétraèdre IABC.
3) Soit H le milieu du segment $[IA]$ et Q le plan passant par H et parallèle à P.
   a) Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont sécants en un cercle $(\mathscr{C})$.
   b) Déterminer le centre et le rayon du cercle $(\mathscr{C})$.

Exercice 4 (6 points)

1) La courbe (Γ) ci-dessous est celle d'une fonction g définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.
   On sait que :
   - La droite d'équation $y=-1$ est une asymptote à (Γ) au voisinage de $(-\infty)$.
   - La courbe (Γ) admet une seule tangente horizontale.
   - La courbe (Γ) coupe l'axe $(O,\vec{i})$ en un unique point d'abscisse x_0.



En utilisant le graphique :

a) Déterminer $g(0)$ et $g'(0)$.

b) Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}$.

2) La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (\alpha x + \beta)\, e^x - 1$ où α et β sont deux réels.

a) Exprimer $g(0)$ et $g'(0)$ en fonction de α et β .

b) Déduire, en utilisant 1)a), que pour tout réel x, $g(x) = (x - 1)\, e^x - 1$.

Dans la suite de l'exercice, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{e^x + 1}{x}$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

c) Justifier que la courbe $(\mathscr{C})$ admet une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$ au voisinage de $+\infty$.

4) a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que $f(x_0) = \dfrac{1}{x_0 - 1}$.

d) Tracer $(\mathscr{C})$. (on prendra $x_0 = 1{,}2$).