REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

SESSION PRINCIPALE

# EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

**SECTION :** SCIENCES EXPERIMENTALES

**EPREUVE :** MATHEMATIQUES **DUREE :** 3h **COEFFICIENT :** 3

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

## Exercice 1(3 points)

*Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.*
*Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.*
*Aucune justification n'est demandée.*

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - x \ln x)$ est égale à

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$.

2) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{x}$ est égale à

a) 2 b) 1 c) $\dfrac{1}{2}$.

3) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{kx}$ est une solution de l'équation différentielle $y' - 2y = 0$ pour

a) $k = \dfrac{1}{2}$ b) $k = 2$ c) $k = -2$.

## Exercice 2 (4 points)

1) a) Vérifier que $(5 + 2i)^2 = 21 + 20i$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (5 - 4i)z - 3 - 15i = 0$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On désigne par A, B, A′ et B′ les points d'affixes respectives $-3i$, $5 - i$, $-3$ et $1 + 5i$.

2) a) Placer les points A , B , A′ et B′ .

b) Montrer que OAA′ et OBB′ sont des triangles rectangles et isocèles.

3) Soit M un point de la droite (AB) d'affixes $z_M$.

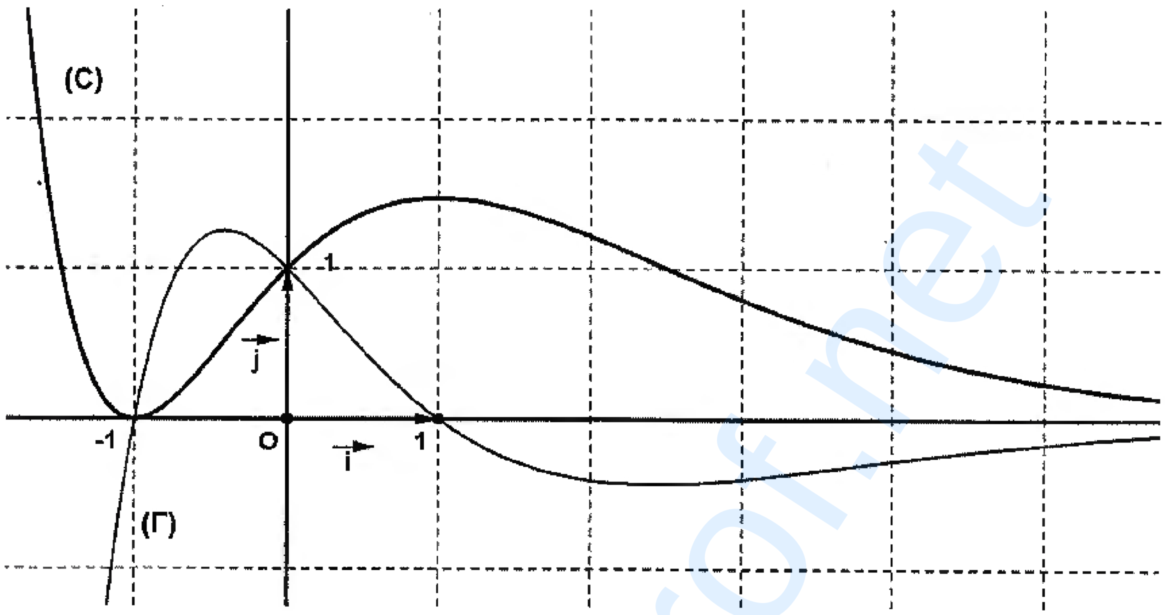
a) Montrer qu'il existe un réel k tel que $z_M = 5k + (2k - 3)i$.

b) Montrer que les droites (OM) et (A′B′) sont perpendiculaires si et seulement si le point M est le milieu du segment $[AB]$.

Vérifier que dans ce cas $A'B' = 2\,OM$.

**Exercice 3 (6 points)**

I ) On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les courbes (C ) et ($\Gamma$), représentatives d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et de sa fonction dérivée f'.




1) Reconnaître la courbe représentative de f et celle de f'.
2) Déterminer f(0), f' (0), f(-1) et f' (-1).
3) Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe de f' , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

II ) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 1)^2e^{-x}$.

1) a) A l'aide d'une double intégration par parties, montrer que $\int_{-1}^{0} f(x)dx = 2e - 5$.

   b) Déterminer l'aire $\mathscr{A}'$ de la partie du plan limitée par les courbes (C ) et ($\Gamma$) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$ .

2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1, +\infty[$.

   a) Montrer que g réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b) Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet dans $[1, +\infty[$ une solution unique $\alpha$ et que $1,41 < \alpha < 1,42$ .

   c) Montrer que $g^{-1}$ est dérivable en $\alpha$ et que $(g^{-1})'(\alpha) = \dfrac{\alpha + 1}{\alpha(1-\alpha)}$ , ( $g^{-1}$ désigne la fonction réciproque de g).

**Exercice 4 (4 points)**

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A( 1 , 0 , 0 ), B( 0 , 0 , 1 ) et C ( 1 , -1 , 1 ) .

1) a) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire que les points A, B et C déterminent un plan $\mathscr{P}$.

b) Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathscr{P}$ est $x + y + z - 1 = 0$.

2) Soit S l'ensemble des points M( x , y , z ) de $\mathscr{E}$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon r.

b) Montrer que $S \cap \mathscr{P}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

3) a) Calculer le volume du tétraèdre IABC.

b) Soit $\alpha$ un réel et soit M un point de $\mathscr{E}$ de coordonnées $(\alpha, 0, 2 - \alpha)$.

Montrer que, lorsque $\alpha$ décrit l'ensemble $\mathbb{R}$, le volume du tétraèdre MABC reste constant.

**Exercice 5 ( 3 points)**

Pour étudier la croissance d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé on a mesuré, à divers instants t, le nombre x de bactéries par millilitre. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant, où t est exprimé en heures et x est exprimé en milliers.

| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 9 | 11,2 | 14,8 | 18 | 22,8 | 28,8 | 36,2 |

On pose $y = \ln x$ où $\ln$ désigne le logarithme népérien.

1) a) Recopier et compléter le tableau suivant (on donnera pour y les valeurs arrondies à $10^{-2}$ près).

| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = \ln x$ | 2,20 | 2,42 | | | | | 3,59 |

b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série (y,t).

2) a) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D de régression de y en t. ( on arrondira les coefficients à $10^{-2}$ près).

b) A partir de l'équation de D, déterminer l'expression de x en fonction de t.

c) Donner une estimation du nombre de bactéries par millilitre pour t = 10.