Corrigé type Mathématiques

Exercice 1 *(5,5pts)*

1) Calculons plus simplement :

$$N = \left(\frac{2}{3}-3\right) \div \frac{1}{9} + 7 = \frac{-7}{3}\times 9 + 7$$

$= -21 + 7$; **$N = -14$ (0,5)**

$$T = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}\times\sqrt{32} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\times 4\sqrt{2} \ ;$$

$T = 2\sqrt{2}$(0,5)

$$M = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{75}$$

$= 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$; **$M = 5\sqrt{3}$(0,5)**

$$A = \frac{72\times10^{-3}}{25-24,991} = \frac{72\times10^{-3}}{0,009} = \frac{72\times10^{-3}}{9\times10^{-3}}$$

$A = 8$ (0,5)

2) Calculons $p\times q$

$$p\times q = (3 + 2\sqrt{2})(1 - \sqrt{2})^2$$
$$= (3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 9 - 8$$

$p\times q = 1$ (0,25);
p et q sont donc des nombres inverses(0,25)

3) Déterminons *x ; y et t*

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{t}{7} = \frac{x+y+t-3}{12}$$

$\frac{363-3}{12} = \frac{360}{12} =$ **30(0,25)**

$\frac{x-2}{2} = 30$ ***x = 62*(0,25)**	$\frac{y-1}{3} = 30$ ***y = 91*(0,25)**	$\frac{t}{7} = 30$ ***t = 210*(0,25)**

4) Sens de variation de $U = \frac{-3}{2}x + 1$

Le coefficient directeur $a = \frac{-3}{2}$; $a < 0$

***U* est donc une application décroissante. (0,5)**

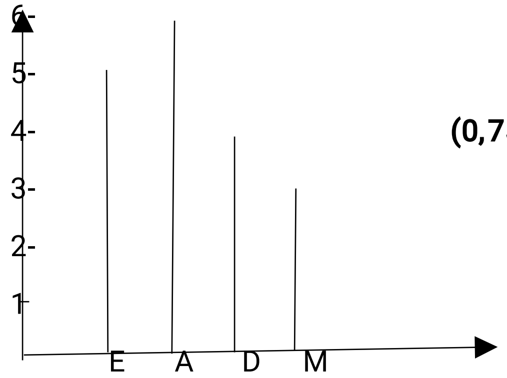
Rangeons :

Si *U* est décroissante et $-2 < 0 < \frac{2}{3} < 2$ alors

$U(-2) > U(0) > U(\frac{2}{3}) > U(2)$ (0,5)

5) a) **Le projet prioritaire est le projet A (0,25)**

b) Construction du diagramme en bâtons.



(0,75)

Exercice 2 (5pts)

1) Développons P.

$$P = 4(x-1)^2 - (x+5)^2$$
$$= 4(x^2-2x+1) - (x^2+10x+25)$$
$$= 4x^2 - 8x + 4 - x^2 - 10x - 25$$

$P = 3x^2 - 18x - 21$(0,75)

2) Factorisons P et Q.

$$P = 4(x-1)^2 - (x+5)^2$$
$$= [2(x-1)-(x+5)][2(x-1)+(x+5)]$$
$$= (2x-2-x-5)(2x-2+x+5)$$

$P = (x-7)(3x+3) = 3(x-7)(x+1)$ (0,75)

$$Q = x^2 + 9 - 6x - (3-x)(2x+1)$$
$$= x^2 - 6x + 9 + (x-3)(2x+1)$$
$$= (x-3)^2 + (x-3)(2x+1)$$
$$= (x-3)(x-3+2x+1)$$

$Q = (x-3)(3x-2)$ (0,75)

3) $H = \frac{x^2-6x+9}{(3x-2)(x-3)}$

a) Condition d'existence de la fraction H.

H existe si $(3x-2)(x-3) \neq 0$;

On a : $x \neq \frac{2}{3}$ et $x \neq 3$

H existe si $x \neq \frac{2}{3}$ et $x \neq 3$ (0,75)

b) Simplifions H. $H = \frac{(x-3)(x-3)}{(3x-2)(x-3)}$

$H = \frac{x-3}{3x-2}$ avec $x \neq \frac{2}{3}$ et $x \neq 3$ **(0,5)**

c) Calculons H.

Pour $x = 0$; $H = \frac{0-3}{3(0)-2}$; **$H = \frac{3}{2}$ (0,5)**

Pour $x = \sqrt{2}$; $H = \frac{\sqrt{2}-3}{3\sqrt{2}-2} = \frac{(\sqrt{2}-3)(3\sqrt{2}+2)}{18-4}$

$= \frac{0-7\sqrt{2}}{14}$; **$H = \frac{-7\sqrt{2}}{14} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ (0,5)**

d) Encadrement de H pour $x = \sqrt{2}$

$$\frac{-1,415}{2} < \frac{-\sqrt{2}}{2} < \frac{-1,414}{2}$$

-0,71 < H < -0,70 (0,5)

<u>Exercice 3</u> (6pts)

1) Les coordonnées des points A ; B ; C et D.

$\vec{OA} = -3\vec{OI}$; **A**$\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$**(0,25)**

$\vec{BO} = -2\vec{OI} - \vec{OJ}$; B$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$**(0,25)**

$\vec{CO} = -4\vec{OI} - 3\vec{OJ}$; **C**$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$**(0,25)**

$\vec{OD} = -\vec{OI} + 2\vec{OJ}$; **D**$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ **(0,25)**

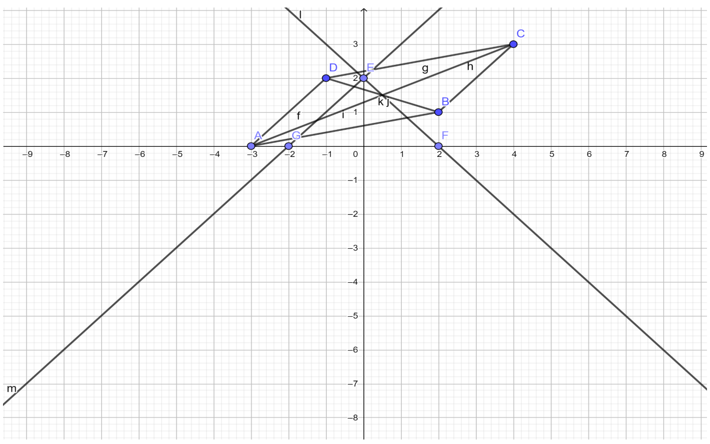
2)a) Les coordonnées de :

$\vec{BA}\begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix}$; $\vec{BA}\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$**(0,5)**

$\vec{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$; $\vec{CD}\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$**(0,5)**

Le quadrilatère ABCD est parallélogramme car
$\vec{BA}$ **=** $\vec{CD}$**.**
(0,5)

Figure (1pt)



b) Démontrons que les segments[AC] et [BD] ont même milieu M.

[AC]$\begin{pmatrix} \frac{x_A+x_C}{2} \\ \frac{y_A+y_C}{2} \end{pmatrix}$; M$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ **(0,25)**

[BD]$\begin{pmatrix} \frac{x_B+x_D}{2} \\ \frac{y_B+y_D}{2} \end{pmatrix}$;M$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ **(0,25)**

D'où les segments [AC] et [BD] **ont même milieu**
M$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ **(0,25)**

3) Les distances OD et OB :

OD = $\sqrt{x_{OD}^2 + y_{OD}^2}$; OD = $\sqrt{5}$ **(0,5)**

OB = $\sqrt{x_{OB}^2 + y_{OB}^2}$; OB = $\sqrt{5}$ **(0,5)**

Le triangle DOB est donc isocèle en O car
OB = OD = $\sqrt{5}$ **(0,25)**

4)b) Equation de (Δ).

Soit (Δ) : *y = ax + b*. Si (Δ) // (L) alors a = 1 et on a (Δ) : *y = x + b.* Si R$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un point (Δ) alors 3 = 1 + b ; b = 2. D'où **(Δ) :** ***y = x + 2*** **(0,5)**

<u>Exercice 4</u> (*3,5pts*)

1) Justifions BOA est un triangle rectangle.

$BO^2 = 64$; $AB^2 = 40,96$ et $AO^2 = 23,04$

64 = 40,96 + 23,04 d'où BO^2 **=** AB^2 **+** AO^2**. D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, BOA est un triangle rectangle en A.** (*0,5*)

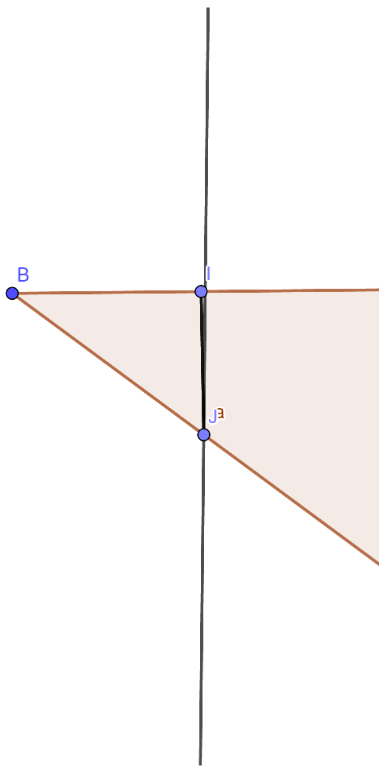


Figure:(1pt)

L'aire A de BOA :

$A = \frac{AB \times OA}{2} = \frac{6,4 \times 4,8}{2}$

A = 15,36cm^2(***0,5***)

2) Démontrons le point J est le milieu de[BO]

Si I est milieu de [AB] **et (IJ) // (AO) alors J est le milieu** [BO] **car dans un triangle une droite qui passe par le milieu d'un côté parallèlement au support du deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu. (*0,5*)**

La droite (IJ) représente l'axe médian du triangle BAJ car BAJ est un triangle isocèle en J et I est milieu de [BA]**. (*0,5*)**

3) Calculons SinABO.

$$\text{SinABO} = \frac{AO}{BO} = \frac{4,8}{8}.$$

SinABO = 0,6(***0,25***) ;

mesABO = 37° (***0,25***)