<u>Proposition de l'épreuve de Mathématique</u> : Tle A4

<u>Exercice 1</u>

Soient u et v deux suites définie pour tout entier naturel non nul par

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_1 = 4 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$$

1) on pose la suite $w_n = v_n - u_n$ pour tout entier naturel n non nul
a) calculer les trois premiers termes de chacune des suites u, v et w.
b) montrer que w_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
c) exprimer w_n en fonction de n.
2) démontrer que u_n est une suite croissante et v_n une suite décroissante.
3) on pose pour tout n entier naturel non nul
$t_n = 3u_n + 8v_n$; démontrer que t est une suite constante.

<u>Exercice 2</u>

Le son se manifeste par des variations de la pression de l'air. L'unité de mesure de la pression de l'air est le pascal. La pression de l'air s'exerce sur le tympan de l'oreille humaine. Pour une pression de l'air supérieure ou égale à 20.10^{-6} pascal s'exerçant sur son tympan, l'oreille humaine perçoit un son dont le niveau se mesure en décibels. On pose $p_0 = 20.10^{-6}$. Pour une pression de p pascal s'exerçant sur le tympan avec p$\geq p_0$, le niveau sonore perçu est égal à $f(p) = \frac{20}{ln10} ln(5000p)$
1a) quel est le niveau sonore pour une pression de 2 pascals ? 0,2 pascal ? 0,02 pascal.
b) calculer $f(p_0)$
2) à partir d'un niveau sonore de 120 décibels, on ressent une douleur. Déterminer la pression p correspondant à ce niveau sonore.
3) montrer que pour tout $x \geq p_0$ $f(10x) = 20 + f(x)$. On en déduit que le niveau sonore augmente de 20 décibels quand la pression s'exerçant sur le tympan est multipliée par 10.
4) Exprimer pour tout $x \geq p_0$ $f(100x)$ en fonction de $f(x)$ et énoncer la propriété du niveau sonore correspondant.

<u>Problème</u>

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2e^x-5}{e^x+3}$ et (Cf) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (o, i, j).
1) Déterminer l'ensemble de définition Df de la fonction f
2 a)calculer la limite de f en -∞
b) montrer que $f(x) = \frac{2-5e^{-x}}{1+3e^{-x}}$
c) en déduire la limite de f en +∞
d) montrer que (Cf) possède deux asymptotes dont on précisera leur nature et leur équation.
3) Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f
4) déterminer l'équation de la tangente (T) à (Cf) à l'origine du repère
5) construire $(Cf), (T)$ ainsi que les asymptotes.
6) soit lé fonction $g(x) = \frac{2e^{-x}-5}{e^{-x}+3}$
a) exprimer $g(x)$ en fonction de $f(x)$ puis tracer la courbe (Cg) de g dans le même repère après avoir précisé la transformation du plan à utiliser