

Pays : Côte d'Ivoire
Série : A1

Année : 2016
Durée : 3 h

Session : Mathématiques
Coefficient : 3

EXERCICE 1

On considère la fonction polynôme P définie par :

$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2.$$

- 1- Vérifier que : $P(x) = (x + 2)(2x^2 - 3x + 1)$.
- 2- a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 - 3x + 1 = 0$.
b) En déduire tous les zéros du polynôme P .
- 3- Utiliser la question 2 pour résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2e^{3x} + e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$.

EXERCICE 2

Dans le cadre de la réconciliation nationale, une rencontre regroupe :

- 10 représentants des chefs coutumiers ;
- 4 représentants des chefs religieux ;
- 6 membres de la société civile.

Avant le début des travaux, on choisit au hasard un bureau de séance. Ce bureau comprend : un président, un secrétaire et un porte-parole.

On suppose que tous les participants ont la même chance de faire partie du bureau et qu'aucun membre du bureau ne peut occuper plus d'un poste.

- 1- Justifier que le nombre de bureaux possibles est égal à 6 840.

Dans la suite de l'exercice, les résultats donnés seront arrondis au millième près.

- 2- Calculer la probabilité de l'événement A : « Aucun représentant des chefs religieux ne fait partie du bureau ».
- 3- a) Soit l'événement B : « Il y a exactement un représentant des chefs religieux dans le bureau ». Démontrer que la probabilité de l'événement B est égale à 0,421.
b) Soit l'événement C : « Il y a exactement un représentant des chefs religieux dans le bureau et celui-ci occupe le poste de président ». Calculer la probabilité de C .
- 4- Soit X la variable aléatoire égale au nombre de représentants des chefs religieux dans le bureau.
 - a) Justifier que la probabilité de l'événement « $X = 3$ » est égale à 0,004.
 - b) Déduire de ce qui précède, la loi de probabilité de X . On présentera le résultat dans un tableau.
 - c) Démontrer que l'espérance mathématique de X est égale à 0,601. Interpréter le résultat.

PROBLÈME

On considère la fonction f dérivable et définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-x+2}{2} + \ln x$$

- 1- a) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
 b) On admet que, pour tout nombre réel x strictement positif, $f(x) = x\left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}\right)$.
 Calculer la limite de f en $+\infty$.
- 2- a) Démontrer que, pour tout nombre réel x strictement positif,

$$f'(x) = \frac{-x+2}{2x}.$$
 b) En déduire les variations de f .
 c) Établir le tableau de variation de f .
- 3- a) Vérifier que : $f(1) = 0$.
 b) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]3,5 ; 4[$.
 On note α cette solution.
 c) Donner un encadrement de α par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.
- 4- Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) d'unités : $OI = 2 \text{ cm}$; $OJ = 5 \text{ cm}$.
 On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f .
 Sur la feuille en annexe, est tracée la droite (Δ) tangente à la courbe au point d'abscisse $x = e$.
 Utiliser le tableau de valeurs ci-dessous pour tracer (\mathcal{C}) sur $[0,25 ; 8]$. On prendra : $\alpha = 3,5$.

x	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	-1,0	-0,4	0	0,2	0,1	-0,1	-0,4	-0,7	-1,1	-1,4

- a) Justifier que la fonction F définie par $F(x) = \frac{-x^2}{4} - \frac{1}{2}x + x \ln x$ est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.
- b) Calculer en fonction de e , l'aire A en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (\mathcal{C}) , l'axe (OI) et les droites d'équations respectives $x = 1$, $x = e$.
- c) En prenant $e = 2,7$ justifier que : $A = 2,775 \text{ cm}^2$.

Anonymat

