MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	**BACCALAUREAT-2020-Togo**	**DUREE : 2 H**
	MATHEMATIQUES	**Coef. : 1**
OFFICE DU BACCALAUREAT	**SERIE A4**	

Exercice 1 (8 points)

Dans une petite ville, les services de Pôle Emploi ont relevé le nombre de demandeurs d'emploi chaque année.
Après observations, ils constatent que chaque année 102 nouveaux demandeurs d'emploi s'inscrivent tandis que 30% des anciens demandeurs trouvent un emploi et sont retirés des listes.
Au 1er janvier 2015, le nombre de demandeurs d'emploi était de 490.
On note U_n le nombre de demandeurs d'emploi au 1er janvier 2015 + n. Ainsi $U_0 = 490$.
Dans tout l'exercice, les valeurs sont arrondies à l'unité.

1-a/ Montrer que le nombre de demandeurs d'emploi au 1er janvier 2016 est $U_1 = 445$. (1 pt)
b/ Calculer le nombre de demandeurs d'emploi au 1er janvier 2017. (1 pt)

2- Justifier que l'on peut modéliser la situation précédente par la relation, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 0{,}7U_n + 102$. (1 pt)

3- On désigne par (V_n) la suite définie par : $\forall$ n $\in$ IN, $V_n = U_n - 340$.
a/ Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et V_0. (1 pt)
b/ Pour tout entier naturel n exprimer V_n en fonction de n puis en déduire que :
$\forall$ n $\in$ IN, $U_n = (0{,}7)^n 150 + 340$. (1,5 pts)

4- Calculer le nombre de demandeurs d'emploi au 1er janvier 2020. (1 pt)

5- Le directeur de l'agence pourra-t-il atteindre son objectif de diminuer le nombre de demandeurs d'emploi de 30% par rapport au 1er janvier 2015 ?
Si oui indiquer à quelle date son objectif sera atteint. Justifier la réponse. (1,5 pts)

Exercice 2 (12 points)

I/ 1- Déterminer suivant les valeurs du réel x le signe des polynômes :
$A(x) = 4x - x^2$ et $B(x) = 2 - x$. (1,5 pts)
2- En déduire le signe de $C(x) = \frac{2-x}{4x-x^2}$. (1 pt)

II/ On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = -2 + ln\left(\frac{1}{4x - x^2}\right).$$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) d'unité graphique 2 cm.

1- Montrer que l'ensemble de définition de f est E = $]0;\ 4[$. (0,5 pt)
2- Montrer que pour tout réel x de E, $f(x) = -2 - ln[x(4 - x)]$. (0,5 pt)
3-a/ Déterminer les limites de f aux bornes de E. (1 pt)
b/ En déduire que (C) admet deux asymptotes dont on précisera les équations. (0,5 pt)
4- Soit D = $]-2;2[$ un intervalle de IR.
a/ Montrer que pour tout réel x de D, le réel $2 - x$ appartient à E. (0,5 pt)
b/ On définit sur D la fonction g par $g(x) = f(2-x)$.
i/ Montrer que pour tout x de D, $g(x) = -2 - ln(4 - x^2)$. Etudier la parité de g. (1,5 pts)
ii/ En déduire que la droite d'équation $x = 2$ est axe de symétrie de (C). (0,5 pt)
5-a/ Déterminer la dérivée f' de f puis montrer que pour tout x de E, $f'(x) = -2C(x)$. (1 pt)
b/ Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation sur E. (1,5 pts)
c/ Construire la courbe (C) et ses asymptotes dans le repère (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$). (2 pts)

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT	**BACCALAUREAT 2020**	**DUREE : 4 H**

SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	**MATHEMATIQUES**	**Coef. : 5**
OFFICE DU BACCALAUREAT	**SERIE C**	

Exercice 1 (3 points)

Soit m un entier relatif. On considère x et y les entiers relatifs et l'équation (E_m) :
24x + 9y = m.

1- Préciser la condition nécessaire et suffisante sur m pour que l'équation (E_m) ait des solutions. (0,5 pt)

2- On suppose m = 3. Résoudre l'équation (E_m). (0,75 pt)

3- On suppose m = 3q (q ∈ ℤ).
Trouver en fonction de q toutes les solutions de l'équation (E_m). (0,75 pt)

4- En utilisant la question 3, déterminer tous les entiers relatifs n solutions du système de congruences. (1 pt)

$$(S) : \begin{cases} n \equiv 20\ [24] \\ n \equiv 5\ [9] \end{cases}$$

Exercice 2 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O\ ;\vec{u}\ ;\vec{v})$. Soit I et J les points du plan tels que $\overrightarrow{OI} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{v}$. On note K le point du plan tel que OIKJ soit un carré. M, un point quelconque de la droite (OK) différent de O et s la similitude plane directe de centre I qui transforme O en M. On note m, l'affixe du point M, J′ et M′ les images respectives de J et de M par s.

1- Montrer que $|m-1| = |m-i|$ et que les complexes $(1+im)(1-m)$ et $m(1-i)$ sont des réels non nuls. (on pourra utiliser $m = t + it$ où t est un réel non nul). (1 pt)

2-a/ Déterminer le rapport de s. (0,25 pt)

b/ Exprimer M′J′ en fonction de m. Montrer que $M'I = |m-1|^2$. (0,5 pt)

c/ En déduire que M′I = M′J′. (0,25 pt)

3-a/ Démontrer que l'écriture complexe de la similitude s est : $z' = (1-m)z + m$.
En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{JJ'}$ et $\overrightarrow{M'J'}$ ont pour affixes respectives $m(1-i)$ et $i(1+im)(1-m)$. (0,75 pt)

b/ Prouver alors que J′ est le projeté orthogonal de M′ sur la droite (JK). (0,25 pt)

c/ Montrer que dans le repère $(O\ ;\vec{u}\ ;\vec{v})$ le point M′ appartient à la courbe (P) d'équation $y = x - \frac{x^2}{2}$ lorsque le point M décrit la droite (OK) privée du point O. (0,25 pt)

4- Placer toute les données précédentes sur la figure et tracer la courbe (P). (0,75 pt)

Problème (13 points)

A- n désigne un entier naturel. On considère la fonction f_n définie sur IR\{$-n-2$} par :
$f_n(x) = \frac{x-n}{x+n+2} - e^{-x-1}$.

1- Déterminer le sens de variation de f_n puis dresser son tableau de variation. (1,25 pts)

2-a/ Démontrer par récurrence que, pour tout n de IN, $e^{n+2} > 2n+3$.
En déduire le signe de $f_n(n+1)$. (0,75 pt)

b/ Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet deux solutions dont une positive notée u_n appartenant à $[n\,;\,n+1]$. (0,75 pt)

3- Calculer les limites u_n et $\frac{u_n}{n+1}$ lorsque n tend vers $+\infty$. (0,5 pt)

B- Dans cette partie, on prendra $n = 0$ et on note $f_0 = f$ et $u_0 = u$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) d'unité graphique 1 cm.

1- Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ en son point d'abscisse – 1. (0,5 pt)

2-a/ Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-1} de u. (0,25 pt)

b/ En déduire la solution de l'équation $x \in [0;\,+\infty[$, $f(x-1) = 0$ en fonction de u. (0,25 pt)

3- Tracer (T) et $(\mathcal{C})$ sur la même figure. (0,75 pt)

4- Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (T), $(\mathcal{C})$ et la droite d'équation $x = 0$. (0,75 pt)

C- On appelle (Γ) la courbe représentative de la fonction $x \mapsto e^x$ et (γ) la courbe représentative de la fonction $x \mapsto lnx$.

1- Dessiner (Γ) et (γ) sur la figure précédente. (0,5 pt)

2- Démontrer qu'il existe un unique point M_0 appartenant à (γ) tel que la tangente à (γ) en ce point passe par O. Donner les coordonnées de M_0.

En déduire le nombre de tangentes à (Γ) passant par O. (0,75 pt)

3- Soit (T_a) la tangente à (Γ) au point A d'abscisse a. ($a \in$ IR) ; (D_λ) la tangente à (γ) au point K d'abscisse λ $(\lambda > 0)$.

a/ Déterminer une équation de (T_a) et une équation de (D_λ). (0,5 pt)

b/ Déterminer λ en fonction de a pour que les droites (T_a) et (D_λ) soient parallèles. (0,25 pt)

On notera b la valeur de λ ainsi obtenue, B est le point de (γ) d'abscisse b et (D_b) la tangente correspondante.

c/ (T_{-1}) et (D_b) peuvent-elles être confondues ?

Montrer que (T_a) et (D_b) sont confondues si et seulement si $b = e^{-a}$ et $e^{-a} = \frac{a-1}{a+1}$. (1 pt)

4- Monter que l'équation $f(x-1) = 0$ si et seulement si $\frac{x-1}{x+1}e^x = 1$. (0,25 pt)

5- On pose $g(x) = \frac{x-1}{x+1}e^x$.

a/ Démontrer que l'équation, $x \in [0;\,+\infty[$, $g(x) = 1$ admet une unique solution μ dans [1,5 ; 1,6].

Exprimer μ en fonction de u. (1 pt)

b-i/ Pour tout réel x, différent de 1 et de –1, calculer le produit $g(x).g(-x)$. (0,25 pt)

ii/ Déduire des questions précédentes que l'équation $x \in IR$, $e^{-x} = \frac{x-1}{x+1}$ admet deux solutions opposées. (0,25 pt)

iii/ Déterminer les tangentes communes aux courbes (Γ) et (γ). (0,5 pt)

iv/ Tracer ces tangentes dans le repère précédent. On prendra μ = 1,55. (0,5 pt)

6- Soit A le point d'abscisse μ de la courbe (Γ) , (T_μ) est donc tangente à la courbe (Γ) au point A et tangente à la courbe (γ) au point B d'abscisse $\frac{\mu-1}{\mu+1}$.

a/ Donner les ordonnées des points A et B. (0,5 pt)

b/ En utilisant la **C**-3-c/, montrer que (T_μ) et $(\mathrm{T}_{-\mu})$ sont symétriques par rapport à la droite (Δ) d'équation $y = x$. (0,5 pt)

c/ En déduire les coordonnées des points de contact de (Γ) et (γ) avec $(\mathrm{T}_{-\mu})$. (0,5 pt)