

UNIVERSITE OUAGA I  
Pr Joseph KI-ZERBO  
Office du Baccalauréat

Série D

Année 2019  
Session Normale  
Epreuve du 2ème tour  
Durée : 4 heures  
Coefficient : 5

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Les calculatrices ne sont pas autorisées.

Cette épreuve comporte deux (2) pages

**Exercice 1 (4 points)**

Soit  $(\Gamma)$  la courbe paramétrée définie par

$$\begin{cases} x(t) = \sin t \\ y(t) = \cos 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

On considère  $M(t)$  le point de coordonnées  $(x(t); y(t))$ .

1) Comparer :

- a)  $M(t + 2\pi)$  et  $M(t)$ . (0,25 point)
- b)  $M(-t)$  et  $M(t)$ . (0,25 point)
- c)  $M(\pi - t)$  et  $M(t)$ . (0,25 point)

2) En déduire les éléments de symétrie pour la courbe  $(\Gamma)$ . (0,5 point)

Justifier qu'on peut réduire le domaine d'étude de  $(\Gamma)$  à l'intervalle  $I = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ . (0,25 point)

3) Etudier les variations de  $x$  et  $y$  et donner leurs variations dans un tableau commun pour  $t$  élément de  $I$ . (0,5 point+0,5 point)

4) a) Déterminer les équations des tangentes à la courbe  $(\Gamma)$  aux points de paramètres respectifs  $0, \frac{\pi}{3}$  et  $\frac{\pi}{2}$ . (0,25 point + 0,25 point + 0,25 point)

b) Construire  $(\Gamma)$  et les tangentes aux points de paramètres respectifs  $0, \frac{\pi}{3}$  et  $\frac{\pi}{2}$ .  
(Unité graphique : 4cm). (0,75 point)

**Exercice 2 (4 points)**

On munit le plan d'un repère orthonormal direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et on considère les points  $A, B$  et  $C$  tels que :

$$A(-1; 2; -3), \vec{AB} = 3\vec{i} + \vec{k} - 2\vec{j}, C(0; -2; 0).$$

1) Déterminer les coordonnées du point  $B$ . (0,5 point)

2) Soit  $D$  un point de l'espace tel que  $\vec{AD} = \vec{BC}$ .

a) Calculer  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ . En déduire la nature exacte du quadrilatère  $ABCD$ .  
(0,5 point+0,5 point)

b) Calculer les coordonnées du point  $D$ . (0,5 point)

3) Calculer (en unité de longueur) la distance :

a)  $d_1$  du point  $O$  à la droite  $(AB)$ . (0,5 point)

b)  $d_2$  du point  $O$  au plan  $(ABC)$ . (0,5 point)

4) Calculer (en unité de volume) le volume  $\mathcal{V}$  de la pyramide de base  $ABCD$  et de sommet  $O$ .  
(1 point)

**Problème (12 points)****Partie A (4 points)**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 1 - (x^2 - 4x + 5)e^{-x+1}$

- 1) Calculer les limites de  $g$  aux bornes de son ensemble de définition. (0,25 point + 0,25 point)
- 2) Etudier le sens de variation de  $g$  puis dresser son tableau de variation. (1,5 point + 0,5 point)
- 3) a) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  et que  $\alpha \in ]1, 35; 1, 36[$ . (1 point + 0,25 point)
- b) En déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ . (0,25 point)

**Partie B (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x - 3 + (x^2 - 2x + 3)e^{-x+1}$ .

On note  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ; unité 2cm.

- 1) Calculer les limites de  $f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ . (0,25 point + 0,25 point)
- 2) a) Montrer que  $f'(x) = g(x)$ , pour tout réel  $x$ , avec  $f'$  la dérivée de  $f$  en  $x$ . Etudier le sens de variation de  $f$ . (0,5 point + 1 point)
- b) Dresser le tableau de variation de  $f$ . (0,25 point)
- 3) a) Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x - 3$  est une asymptote oblique à  $(C)$  en  $+\infty$ . (0,5 point)
- b) Etudier la position relative de la courbe  $(C)$  par rapport à  $(D)$ . (0,5 point)
- c) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point d'abscisse 1. (0,5 point)
- 4) Tracer  $(D)$ ,  $(T)$  et  $(C)$ . (0,25 point + 0,25 point + 0,75 point)

**Partie C (3 points)**

- 1) A l'aide d'une double intégration par parties, calculer l'intégrale :

$$I = \int_1^{\alpha} (x^2 - 2x + 3)e^{-x+1} dx. \quad (2 \text{ points})$$

- 2) En déduire l'aire  $A(\alpha)$  (en  $\text{cm}^2$ ) du domaine plan délimité par les droites d'équations  $x = 1$ ,  $x = \alpha$ ,  $y = 0$  et la courbe  $(C)$ . (1 point)

On donne :  $e^{-0,35} \simeq 0,7$   $e^{-0,36} \simeq 0,69$   $e \simeq 2,7$   $e^{-1} \simeq 0,36$   $f(\alpha) \simeq -0,2$

*Fin*