| **Pays** : Burkina Faso | **Année** : 2017 | **Épreuve** : Maths |
| --- | --- | --- |
| **Examen** : BAC, Session normale, 1er Tour, Série D | **Durée** : 4 h | **Coefficient** : 5 |

## EXERCICE 1 (04 *points*)

**1.** *a*) Écrire sous la forme algébrique le nombre complexe $(1+i\sqrt{3})^2$.

*b*) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2+2z+19-18i\sqrt{3}=0$.

**2.** Résoudre dans $\mathbb{C}\times\mathbb{C}$ le système suivant :

$$\begin{cases} z_1+z_2=-2 \\ z_1^2-z_2^2=-4+\frac{4i\sqrt{3}}{3}. \end{cases}$$

**3.** Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal $(O\,;\vec{u},\vec{v})$, on désigne par A, B, C et D les points d'affixes respectives $a$, $b$, $c$ et $d$ telles que : $a = 2 + 3i\sqrt{3}$ ; $b = \frac{1}{9}(\bar{a}-2)$ ; $c = -a - 2$ et $d = a - b + c$ (où $\bar{a}$ est le conjugué de $a$).

*a*) Déterminer les nombres complexes $b$, $c$ et $d$ puis placer les points A, B, C et D dans le plan complexe. Unité graphique : 2 cm. On donne : $\sqrt{3}=1{,}7$.

*b*) Comparer $a + c$ et $b + d$. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

*c*) Calculer et interpréter géométriquement un argument du nombre complexe $Z=\frac{c-a}{d-b}$.

Préciser alors la nature exacte de ABCD.

## EXERCICE 2 (04 *points*)

Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. Toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées. On tire simultanément 3 boules de l'urne.

**1.** Déterminer le nombre de tirages possibles.

**2.** Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Les nombres portés par ces 3 boules sont tous des nombres premiers. »

B : « Les nombres portés par ces 3 boules sont tous divisibles par 3. »

C : « Deux boules portent un numéro divisible par 3. »

D : « Les trois numéros sont des multiples de 2. »

E : « Les trois nombres portés par ces boules, convenablement rangés forment trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 3. »

F : « Les trois nombres portés par ces boules, convenablement rangés forment trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$. »

**PROBLÈME (12 *points*)**

On considère la fonction numérique $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{3-x} + 1 \ \ si\ x \leq 3 \\ f(x) = e^{3-x} + x - 3 \ \ si\ x > 3 \end{cases}.$$

On désigne par (C) la courbe représentative de $f$ dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité graphique 2 cm.

**Partie A (10 *points*)**

**1.** *a*) Étudier la continuité de $f$ en 3.

*b*) Étudier la dérivabilité de $f$ en 3 et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

**2.** *a*) Calculer les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

*b*) Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?

**3.** *a*) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 3$ est asymptote à (C) en $+\infty$.

Préciser la position de (C) par rapport à (D) dans $]3\,;+\infty[$.

*b*) Étudier la position de (C) par rapport à la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ sur $[0\,;2]$.

**4.** *a*) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \neq 3$ et étudier son signe.

*b*) En déduire le sens de variation de $f$ puis dresser son tableau de variations.

**5.** *a*) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α. Vérifier que : $-1 < \alpha < 0$.

*b*) Construire la courbe (C), les droites (D) et (Δ), et les demi-tangentes au point d'abscisse 3 de (C).

**Partie B (02 *points*)**

**1.** Calculer l'aire $\mathcal{a}$ en cm$^2$, de la partie du plan délimitée par la courbe (C), la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$. (*On pourra utiliser une intégration par parties*).

**2.** On considère un point mobile M dont les coordonnées sont données en fonction du paramètre $t$ par :

$$\begin{cases} x(t) = 3 - e^{2t} \\ y(t) = 3e^{t} - e^{3t} + 1 \end{cases},\ t \geq 0.$$

Montrer que la trajectoire de M est une partie de (C) que l'on précisera.