BACCALAUREAT
SESSION 2019

Coefficient : 5
Durée : 4 *h*

MATHEMATIQUES

SERIE E

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1

ABCD est un carré de centre O et de sens direct tel que AB = 4 cm.

On désigne par r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$; t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$; h l'homothétie de centre C et de rapport $\sqrt{3}$ et $r' = t \circ r$.

1- Faire une figure qu'on complètera au fur et à mesure.

2- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de r'.

3- On considère $f = r' \circ h$.
 a) Déterminer l'image de C par f.
 b) Donner la nature de f puis préciser son angle et son rapport.

4- Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M tels que $MD^2 - 3MC^2 = 0$.

5- Soit Ω le centre de f.
 a) Démontrer que Ω appartient à (Γ) et au cercle de diamètre [DC].
 b) Construire Ω .
 c) Déterminer Mes $(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{C\Omega}})$.

EXERCICE 2

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS et le wifi.

Sur l'ensemble des téléphones portables, 40% possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60% ont l'option wifi.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :

G : « le téléphone possède l'option GPS ».

W : « le téléphone possède l'option wifi ».

Dans tout l'exercice, le candidat donnera les valeurs exactes des probabilités.

1- Déterminer $P(G)$ et $P_G(W)$.

2- Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré qui sera complété tout au long de l'exercice.

On suppose que la probabilité de W est $P(W) = \frac{7}{10}$.

3- Déterminer la probabilité de l'événement : « le téléphone possède les deux options ».

4- Démontrer que $P_{\overline{G}}(W) = \frac{23}{30}$. Compléter l'arbre de la question 2.

5- On choisit un téléphone avec l'option wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas d'option GPS ?

6. Le coût de revient par téléphone d'une option, pour le fabriquant du téléphone est de 7 200 F pour l'option GPS et de 3 600 F pour l'option wifi.

a) Déterminer la loi de probabilité du coût de revient d'un téléphone suivant ces deux options.

b) Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 1 cm.

Partie A

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1+2\ln x}{x^2}$ et (Cf) sa courbe représentative.

Soit (Ch) la courbe représentative de la fonction h définie sur $]0\,;+\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{x}$.

1- Déterminer les limites de f en $+\infty$ et à droite en 0.

Interpréter graphiquement les résultats.

2- On admet que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et on note f ' sa dérivée.

a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

b) Etudier les variations de f

3- Soit A le point d'intersection de (Cf) avec la droite des abscisses.

Déterminer les coordonnées de A.

4- Pour tout x élément de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, on pose $g(x) = 1-x+2\ln x$.

a) Etudier les variations de la fonction g.

b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans chacun des intervalles $]0\,;2[$ et $]2\,;4[$.

c) Soit α la solution appartenant à l'intervalle $]2\,;4[$.

Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}

d) Calculer $g(1)$ puis en déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

5- a) Etudier les positions relatives de (Cf) et (Ch).

b) Démontrer que, pout tout nombre réel x supérieur ou égal à 4, on a : $0 < f(x) \leq \frac{1}{x}$.

6- Construire (Cf) et (Ch).

Partie B

1- a) Déterminer, en cm^2, l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$ de la partie du plan délimitée par la courbe (Cf), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.

b) Démontrer que $\mathcal{A}(\alpha) = 2 - \frac{2}{\alpha}$ cm^2 et donner une valeur approchée de $\mathcal{A}(\alpha)$ à 10^{-1} près.

2- Soit la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $I_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$

a) Démontrer que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 4, on a: $0 \leq I_n \leq \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$.

b) Calculer la limite de la suite (I_n) puis en déduire que (I_n) converge .

c) Soit $S_n = I_1 + I_2 + ... + I_n$. Calculer S_n en fonction de n, puis calculer la limite de la suite (S_n).

Partie C

On considère, pour tout entier naturel n non nul, la fonction f_n définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f_n(x) = \frac{1 + 2\ln x}{x^{2n}}.$$

On admet que f_n est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et on désigne par f_n' sa dérivée.

1- Calculer $f_n'(x)$ pour tout x strictement positif.

2- Résoudre l'équation $f_n'(x) = 0$. Soit x_n la solution de cette équation.

3- Déterminer la limite de la suite (x_n).