Pays : Mali	**Année :** 2016	**Épreuve :** Mathématiques
Examen : BAC, Série S.EXP	**Durée :** 3 h	**Coefficient :** 3

EXERCICE 1 (6 *points*)

1) Résous dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue z : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$, détermine le module et un argument de chaque solution.

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. On considère la transformation $\boldsymbol{T}$ du plan qui, à tout point M d'affixe Z, associe le point M' d'affixe Z' défini par : $Z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} Z$.

a) Détermine la nature de la transformation T et donne tous ses éléments caractéristiques.

b) Soit A le point d'affixe $Z_A = -\sqrt{3} + i$. Détermine les affixes respectives Z_B et Z_C des points B et C tels que : $B = \boldsymbol{T}(A)$ et $C = \boldsymbol{T}(B)$.

Construis les points A, B et C dans le plan muni du repère $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

3) Calcule $\dfrac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$ puis déduis-en la nature du triangle ABC.

EXERCICE 2 (*4 points*)

Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à l'instant t (exprimé en heures), peut être considéré comme une fonction g à valeurs réelles de la variable t. La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre de microbes est la dérivée g' de cette fonction. On a constaté que $g'(t) = kg(t)$, où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant $t = 0$.

1) Détermine l'unique solution de l'équation différentielle $g'(t) = kg(t)$ telle que $g(0) = N$.

2) Sachant qu'au bout de 2 heures le nombre de microbes a quadruplé, calcule en fonction de N le nombre de microbes au bout de 3 heures.

3) Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 9 600 microbes au bout de 5 heures ?

PROBLÈME (10 *points*)

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

On désigne par ($\mathscr{C}_f$) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1) Montre que ($\mathscr{C}_f$) admet deux asymptotes dont on déterminera les équations.

2) Précise la position de ($\mathscr{C}_f$) par rapport à son asymptote oblique.

3) Étudie les variations de f.

4) Existe-t-il des points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur $\dfrac{3}{4}$? Si oui trouve les équations de ces tangentes en ces points.

5) Trace la courbe ($\mathscr{C}_f$) et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

6) Montre que la restriction g de f à l'intervalle **I** =]1 ; 2] est une bijection de **I** vers un intervalle **J** que l'on précisera.

7) a) Calcule $(g^{-1})'(\dfrac{5}{2})$

b) Dresse le tableau de variation de g^{-1} puis trace sa courbe représentative dans le même repère que celle de f.