| | | |
|---|---|---|
| **Pays :** Mali | **Année :** 2016 | **Épreuve :** Mathématiques |
| **Examen :** BAC, Série TI | **Durée :** 4 h | **Coefficient :** 4 |

## EXERCICE 1 (6 *points*)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(A ; \vec{u} ; \vec{v})$, unité graphique 1cm. On considère les points *B*, *D* et *C* définis par : $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{v}$ tel que *ABCD* soit un rectangle.

**1)** Fais une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.

**2)** Soit *E* l'image de *B* par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$.

Détermine l'affixe $Z_E$ de *E*. Construis *E*.

**3)** Détermine les nombres réels *a* et *b* tels que le point *F* d'affixe $Z_F = 6 - 4i$ soit le barycentre des points *A*, *B* et *C* affectés respectivement des coefficients *a*, *b* et 1.

**4)** On considère la similitude directe $\mathcal{S}$ qui transforme *A* en *E* et *B* en *F*.

**a)** Exprime Z' en fonction de Z où Z' est l'affixe du point *M'* image de M par $\mathcal{S}$.

**b)** Détermine le centre Ω, l'angle θ et le rapport *k* de la similitude $\mathcal{S}$.

**c)** Détermine les images de *C* et *D* par $\mathcal{S}$.

**d)** Calcule l'aire de l'image par $\mathcal{S}$ du rectangle *ABCD*.

## EXERCICE 2 (4 *points*)

**I-** On veut entourer avec un minimum d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimensions 525 m et 285 m. Les arbres seront régulièrement espacés, de plus, il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle.

**1)** Calcule la distance comprise entre deux arbres.

**2)** Calcule le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ.

**II-** On considère l'équation (**E**) : $11x - 26y = 1$, où *x* et *y* désignent deux nombres entiers relatifs.

**1)** Vérifie que le couple $(-7 ; -3)$ est une solution de (**E**).

**2)** Résous alors l'équation (**E**).

**3)** Déduis-en le couple d'entiers relatifs $(p, q)$ solution de (E) tel que : $0 \leq p \leq 25$.

**PROBLÈME (10 *points*)**

## Partie A

A l'instant $t = 0$ ($t$ est exprimé en heures), on injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de 2,5 unités d'une substance médicamenteuse.

On suppose que la substance se répartit instantanément dans le sang et qu'elle est ensuite progressivement éliminée.

On note $Q(t)$ la quantité de substance présente dans le sang à l'instant $t$, exprimée en unités adaptées. On admet que le processus d'élimination peut être représenté mathématiquement par l'équation différentielle : $Q'(t) = -\beta.Q(t)$, où $\beta$ est un nombre qui sera déterminé expérimentalement.

**1)** Montre qu'on a : $Q(t) = 2{,}5e^{-\beta t}$.

**2)** Calcule la valeur de $\beta$, sachant qu'au bout d'une heure la quantité de substance présente dans le sang a diminué de 30%. On donnera d'abord la valeur exacte, puis une valeur décimale approchée à $10^{-4}$ près.

**3)** Étudie le sens de variation de $Q$ pour $t \geq 0$, détermine sa limite en $+\infty$, et trace la courbe représentative $(\Gamma)$ de $Q$ dans le plan $\mathscr{P}$.

**4)** Au bout de combien de temps la quantité de substance présente dans le sang a-t-elle été réduite de moitié ?

On donnera la valeur exacte et une valeur décimale approchée à $10^{-2}$ près.

## Partie B

Soit $f$ la fonction numérique de la variable réelle $x$ définie par :

$$f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|.$$

**1)** Détermine l'ensemble de définition de $f$.

**2)** Étudie les variations de $f$.

**3)** Soit $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (unité 2 cm).

Montre que $(\mathscr{C})$ admet une asymptote oblique dont on précisera l'équation, puis précise la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à l'asymptote oblique.

**4)** Montre que le point $I(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{4})$ est centre de symétrie pour $(\mathscr{C})$.

**5)** Donne une équation de la tangente en I à $(\mathscr{C})$.

**6)** Construis $(\mathscr{C})$.