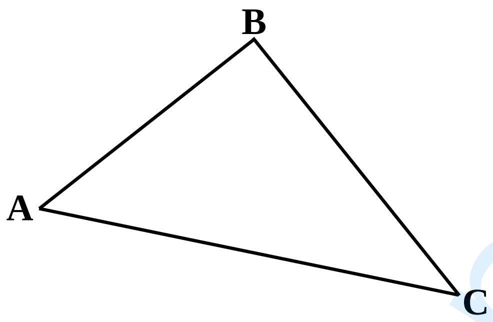
Pays : Burkina Faso	**Année** : 2017	**Épreuve** : Maths
Examen : BAC, Session normale, 1er Tour, Séries C - E	**Durée** : 4 h	**Coefficient** : 6

EXERCICE 1 (04 *points*)

On donne dans l'espace trois points A(2 ; 1 ; 0) ; B(-1 ; 1 ; 1) et C(1 ; 2 ; 3).

1. Calculer les coordonnées du barycentre H du système de points pondérés { (A, 2) ; (B, 1) ; (C, 2) }.

2. Reproduire cette figure et construire le point H.



3. Montrer que le vecteur $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC}$ est indépendant du point M.

Calculer ses coordonnées.

4. Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tels que :

$\| 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = \| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC} \|$.

5. *a*) Vérifier que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

b) Vérifier que le vecteur $\vec{n}(-1\,;8\,;\,-3)$ est un vecteur normal du plan (ABC).

En déduire une équation de ce plan.

c) Soit Q le plan dont une équation est : $5x + y + z + 3 = 0$.

Montrer que les plans Q et (ABC) sont perpendiculaires et déterminer leur intersection.

EXERCICE 2 (04 *points*)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal direct $(O\,;\,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On note (C) l'ensemble des points M(t) du plan dont les coordonnées en fonction de la variable réelle t sont définies par :

$$\begin{cases} x(t) = 2(\sin(2t) + 2\sin t) \\ y(t) = 2\cos(3t)\,,\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

1. Préciser la transformation ponctuelle associant pour tout réel t, le point M(t) à :

a) M($t + 2\pi$) i.yaoyao@educarriere.net

b) M(- t)

2. On désigne par (C_1) la partie de (C) obtenue lorsque t décrit l'intervalle $[0\,;\,\pi]$.

Expliquer comment construire (C) à partir de (C_1).

3. Étudier les variations des fonctions $t \longmapsto x(t)$ et $t \longmapsto y(t)$ sur $[0\,;\pi]$.

4. Tracer (C). On admettra que la pente de la tangente à (C) au point $M(\frac{\pi}{3})$ est $-\sqrt{3}$ et que la tangente à (C) au point $M(\pi)$ est verticale.

PROBLÈME (12 *points*)

Partie A (04 *points*)

1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y'ln2 = 0$.

2. On considère la fonction numérique d'une variable réelle t définie par : $u(t) = e^{-tln2}$.

Déterminer la primitive de u qui prend la valeur 1 en 0.

3. Soit (V_n) la suite définie pour tout entier naturel non nul n par : $V_n = \int_{n-1}^{n} u(t)dt$.

On pose : $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Calculer S_n et déterminer sa limite.

Partie B (03 *points*)

1. Calculer $\int_0^x te^t dt$ pour tout réel x.

2. Soit a une constante réelle et f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^x - a$.

Soit F la primitive de f qui s'annule en 0.

a) Exprimer $F(x)$ à l'aide d'une intégrale.

b) En déduire $F(x)$ en fonction de x.

3. Soit h une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$\begin{cases} h'(x) = xe^x - 2\int_0^1 h(t)dt, x \in \mathbb{R} \\ h(0) = 0 \end{cases}.$$

Calculer $\int_0^1 h(x)dx$.

Partie C (05 *points*)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{u},\vec{v})$. On note (Γ) l'ensemble des points du plan dont l'affixe z vérifie la relation : $5z\bar{z} + (z + \bar{z} + 1)^2 - 1 = 0$ où $\bar{z}$ est le conjugué de z.

Soit f la similitude directe plane d'angle $\frac{\pi}{2}$, de rapport 2 et de centre O ; g l'application de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ qui à tout nombre complexe z, affixe d'un point M, associe le nombre $g(z)$, affixe de $f(M)$.

On désigne par (Γ') l'image de (Γ) par f.

1. Démontrer que (Γ) est une ellipse et préciser ses foyers, ses directrices et son excentricité.

2. Donner l'expression de $g(z)$ en fonction de z.

3. Donner la nature exacte de (Γ').