UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
❑❑◆❑❑
OFFICE DU BACCALAUREAT
E.mail : office@ucad.edu.sn
site web : officedubac.sn

2020 G 18 BIS B 01
Durée : 2 heures
Séries : S1-S1A-S3 Coef. 8
Epreuve du 2eme groupe

M A T H E M A T I Q U E S

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 : 6 points

1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, l'équation (E) : $5x + 12y = -2$.

a) Justifier que cette équation admet au moins une solution. 1 pt

b) Pour quelle valeur de y le couple (2, y) est solution de (E) ? 0,5pt

c) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E). 1,5pt

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé$(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère la droite (Δ) : $5x + 12y + 2 = 0$ et le point A (2, – 1).

a) Montrer que si M est un point de (Δ) à coordonnées entières alors la distance AM est un multiple de 13. 1pt

b) Soit N un point de (Δ) de coordonnées (a, b). Vérifier que AN = $\frac{13}{12}|a-2|$. 1pt

c) En déduire que si AN est un multiple de 13 alors a et b sont des entiers. 1pt

EXERCICE 2 : 6,5 points

Soit f la fonction définie sur $]-\infty, 0]$ par :$f(x) = \sqrt{1-e^x}$ et C sa courbe représentative dans le plan.

1) a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 0. 1 pt

b) Etablir le tableau de variation de f. 2 pts

c) Montrer que f est une bijection de $]-\infty, 0]$ sur$[0,1[$. 1 pt

d) Montrer que pour tout $x \in [0,1[, f^{-1}(x) = \ln(1-x^2)$. 1 pt

2) Soit F la fonction définie sur [0,1[par :

$$F(x) = (x-1)\ln(1-x) + (x+1)\ln(x+1) - 2x.$$

Montrer que F est une primitive de f^{-1} sur $[0\,;1[$. 1,5 pt

EXERCICE 3 : 7,5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule proposition est vraie. Recopier le numéro de l'affirmation et indiquer la lettre correspondant à la proposition choisie.

Une réponse correcte vaut 1 point.

1) Soit z un nombre complexe de module 1 alors le conjugué $\bar{z}$ de z est égal à :

   a) $\frac{1}{z}$ b) $-z$ c) 1 ou -1

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points $A(1-i)$ et $B(-2i)$.

   L'ensemble des points M d'affixe z tels que $\frac{z+2i}{z-1+i}$ est un imaginaire pur est :

   a) le cercle de diamètre $[AB]$ privé des points A et B ;

   b) la médiatrice de $[AB]$;

   c) le cercle de diamètre $[AB]$ privé du point A.

3) Soit (U_n) est une suite arithmétique de raison $(-\ln 2)$, la suite (V_n) de terme général $V_n = e^{U_n}$ est :

   a) une suite arithmétique de raison (-2) ;

   b) une suite géométrique de raison (-2) ;

   c) une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

4) Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 7 blanches et 3 noires. On tire simultanément 3 boules de l'urne. La probabilité d'avoir 2 blanches et 1 noire est égale à

   a) $\frac{21}{40}$ b) $\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{1}{3}$ c) $\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{1}{3}$

5) Dans la même urne que celle de la question 4), on tire une boule, on note sa couleur, on la remet dans l'urne ; on effectue 5 tirages successifs avec remise. La probabilité d'obtenir 3 blanches et 2 noires est égale à

   a) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$ b) $\frac{7^3 \times 3^2 \times C_5^3}{10^5}$ c) $\frac{\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}}{10^5}$