REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION DE JUIN **2014**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 3 H Coefficient : 3
Section : Sciences techniques	**Session principale**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.La <u>page 4/4 est à rendre avec la copie</u>.

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0.75, une réponse fausse ou l'absence d'une réponse vaut 0 point.

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1+2^n}{3+2^n}$ est égale à :

a) $\dfrac{1}{3}$ b) 1 c) $+\infty$

2) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \left(\dfrac{e-1}{e}\right)^n$

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ b) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ c) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

3) X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,2.

L'arrondi au centième de $p(X > 10)$ est égal à :

a) 0 ,77 b) 0,86 c) 0,14

4) Y est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = \dfrac{1}{3}$.

L'écart type $\sigma(Y)$ est égal à :

a) $\dfrac{4}{3}$ b) $\dfrac{16}{9}$ c) $\dfrac{8}{3}$

Exercice 2 (5 points)

1) Soit, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) :

$$2z^2 - \left(1 + i(\sqrt{3} - 2)\right) z + \sqrt{3} - i = 0.$$

a- Vérifier que (-i) est une solution de l'équation (E).

b- Déduire l'autre solution.

c- Donner la forme exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne

les points A, B, E et F d'affixes respectives $a = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$; $b = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}(-1+i)$; 1 et $-i$.

a- Placer dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ les points, E, F et A.

b- Vérifier que $b-a=i(a+i)$.

c- En déduire que le triangle ABF est rectangle et isocèle en A.

3) Construire le point B dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Exercice 3 (6 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(2,0,1)$, $B(0,2,1)$ et $C(1,2,0)$.

1) a- Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

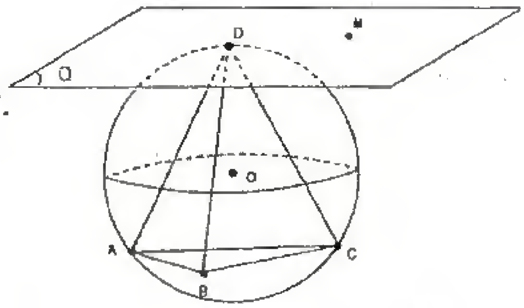
b- Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est : $x+y+z-3=0$.

2) Soit la sphère S d'équation $x^2+y^2+z^2=5$.

a- Vérifier que A, B et C sont des points de la sphère S.

b- Déduire alors l'intersection de la sphère S avec le plan P.

3) Soit le point D de coordonnées $\left(\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}}\right)$.



On désigne par Q le plan passant par D et parallèle au plan P.

a- Déterminer une équation cartésienne du plan Q.

b- Montrer que Q est tangent à la sphère S au point D.

4) Soit $M(x,y,z)$ un point de l'espace n'appartenant pas à P.

a- Calculer $(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AM}$

b- Montrer que le volume V du tétraèdre MABC est égal à $\frac{|x+y+z-3|}{3}$.

c- En déduire que pour tout point M du plan Q ; $V=\sqrt{\frac{5}{3}}-1$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x(1-\ln x)^2+1 & \text{si } x>0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.

2) a- En utilisant l'égalité : $x\ln^2 x = \left(\sqrt{x}\,\ln x\right)^2$ pour tout $x \in]0,+\infty[$; montrer que

$\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln^2 x = 0$.

b- En déduire que f est continue à droite en 0.

c- Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

3) Dans la **figure** de l'annexe ci-jointe, on a tracé dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$:

- la courbe Γ de la fonction dérivée f' de f.
- la tangente Δ à la courbe ζ au point A(1,2).

On sait que la courbe Γ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses $\frac{1}{e}$ et e et qu'elle admet au point B(1,-1) une tangente horizontale.

Par une lecture graphique:

a- Déterminer le signe de f' sur $]0, +\infty[$ et dresser le tableau de variation de f.

b- Montrer que A est un point d'inflexion de la courbe ζ.

4) Tracer la courbe ζ de f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de l'annexe ci-jointe.

5) Soit $0 < \lambda < \frac{1}{e}$.

On désigne par $\mathcal{A}_\lambda$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe Γ de la fonction dérivée f', l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = \frac{1}{e}$.

Montrer que $\mathcal{A}_\lambda = 1 + \frac{4}{e} - f(\lambda)$ et en déduire $\lim\limits_{\lambda\to 0^+} \mathcal{A}_\lambda$.

Epreuve de mathématiques – Section Sciences Techniques

Feuille à rendre avec la copie