

**EXERCICE 1 (5 points)**

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation :  $X^2 - 4X - 5 = 0$ .
2. En déduire la résolution dans l'ensemble des nombres réels, des équations suivantes :
  - a)  $(\ln x)^2 - 4 \ln x - 5 = 0$ .
  - b)  $\ln(x - 3) + \ln(x - 1) = \ln 8$ .
  - c)  $e^x - 4 = 5e^{-x}$ .

**EXERCICE 2 (5 points)**

Une boîte contient 10 objets :  $n$  objets sont noirs (avec  $2 \leq n \leq 8$ ), les autres sont blancs. On extrait simultanément deux objets de la boîte. On suppose les tirages équiprobables.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer les probabilités respectives d'obtenir :
  - a) deux objets de couleurs différentes.
  - b) deux objets noirs.
3. a) Montrer que la probabilité d'obtenir deux objets blancs est  $\frac{(10-n)(9-n)}{90}$ .  
 b) Déterminer  $n$  pour que la probabilité de tirer deux objets blancs soit égale à  $\frac{7}{15}$ .

**PROBLÈME (10 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = ax + b - e^x$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels.

Soit  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ .
2. Déterminer les réels  $a$  et  $b$  de façon que la courbe admette l'axe des abscisses comme tangente en  $O$ .
3. On suppose dans la suite que :  $f(x) = x + 1 - e^x$ .
  - a) Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .
  - b) Montrer que pour tout réel  $x$  non nul,  $f(x) = x(1 + \frac{1}{x} - \frac{e^x}{x})$ , puis en déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
  - c) Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$  puis étudier le signe de  $f'(x)$  pour  $x$  élément de  $\mathbb{R}$ .
  - d) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
4. Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x + 1$  est asymptote oblique à la courbe  $C_f$  de  $f$  en  $-\infty$ .
5. Tracer la droite  $(D)$  et la courbe  $C_f$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .