★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- الموضوع -

NS 26

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغتين العربية والفرنسية)	المعامل	4

تعليمات للمترشح(ة)	Instructions au candidat(e)
هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها	Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.

الوثيقة التي بين يديك من 5 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات، والصفحتان 2 و3 للموضوع باللغة العربية،والصفحتان 4 و 5 لنفس الموضوع باللغة الفرنسية.اختر إحدى اللغتين للإجابة على الأسئلة.	**Le document que vous avez entre les mains est de 5 pages :la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet en langue arabe et les pages 4 et 5 au sujet en langue française. Choisissez une des deux langues pour répondre aux questions.**
• يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛	• **Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;**
• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛	• **Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable ;**
• ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...)؛	• **Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...);**
• يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛	• **Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet;**
• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛	• **Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;**
• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛	• **Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;**
• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛	• **L'écriture au stylo rouge est à éviter;**
• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.	• **Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.**

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in}$ المعرفة بما يلي: $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{2}{5}$ لكل n من $_$

0.5 | 1. أ. احسب u_1 و u_2

0.75 | 1.ب. بين بالترجع أن لكل n من $_$: $u_n>\frac{1}{2}$

0.5 | 1.ج . تحقق أن لكل n من $\square$: $u_{n+1}-u_n=\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}-u_n\right)$

0.5 | 1.د .استنتج أن $(u_n)_{n\in\square}$ تناقصية وأنها متقاربة.

2. نضع لكل n من $_$: $v_n=u_n-\frac{1}{2}$

0.25 | 2.أ. بين أن $(v_n)_{n\in}$ متتالية هندسية محددا أساسها.

0.25 | 2.ب. احسب حدها الأول v_0

0.75 | 2.ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$ لكل n من $\square$

0.25 | 2.د. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3. نضع $S_n=u_0+u_1+u_2+.....+u_{n-1}$

0.75 | بين أن: $S_n=\frac{55}{8}\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)+\frac{n}{2}$

التمرين الثاني :(4 نقط)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: 0 ؛ 0 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 2 ؛ 2 ؛ 2
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

0.75 | 1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان.

0.75 | 2. أ. بين أن $p(X=2)=\frac{12}{36}$

2 | 2.ب. أنقل الجدول جانبه على ورقة تحريرك ثم أتمم ملأه معللا جوابك.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 | 2.ج . احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث :(8.5 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2-\frac{2}{x}+\ln x$

1.5 | 1. احسب $g'(x)$ واستنتج أن g تزايدية على $]0;+\infty[$

1.25 | 2.أ. احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)

1 | 2.ب. استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين: $[0;1[$ و $[1;+\infty[$

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1+(x-2)\ln x$

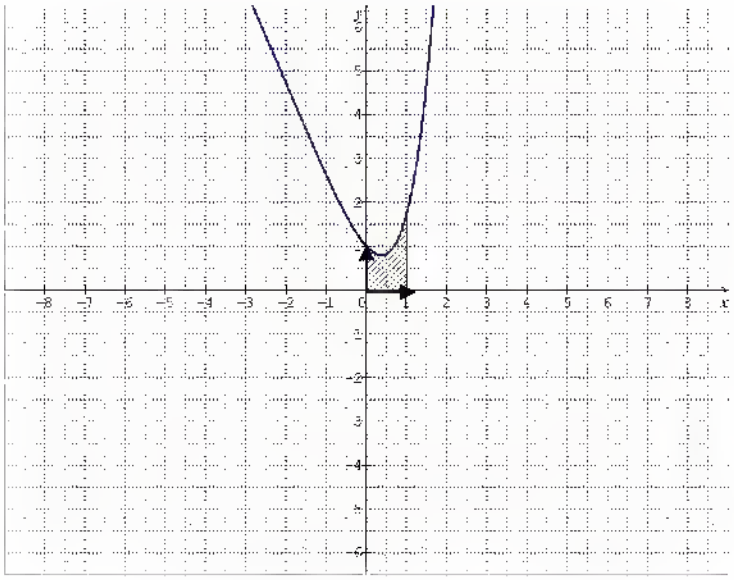
0.75	1. بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$
0.75	2. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
0.75	3.أ. بين أن لكل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$
1.5	3.ب. احسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f(\frac{1}{e})$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$
1	3. ج. باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $\left[\frac{1}{e};2\right]$ بالدالة f

التمرين الرابع :(3 نقط)

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $h(x)=xe^x-2x+1$

1.5	1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx=1$
	2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$
1.5	احسب مساحة الحيز المخدش.



Exercice n°1:(4.5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in}$ définie par: $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ pour tout n de]

0.5 **1.a.** Calculer u_1 et u_2

0.75 **1.b.** Montrer par récurrence que pour tout n de] : $u_n > \frac{1}{2}$

0.5 **1.c.** Vérifier que pour tout n de _ : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$

0.5 **1.d.** En déduire que $(u_n)_{n\in}$ est décroissante et qu'elle est convergente.

2.On pose pour tout n de[: $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

0.25 **2.a.** Montrer que $(v_n)_{n\in}$ est une suite géométrique en précisant sa raison.

0.25 **2.b.** Calculer son premier terme v_0

0.75 **2.c.** Calculer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout n de : $u_n = \frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n + 1\right)$

0.25 **2.d.** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3. On pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_{n-1}$

0.75 Montrer que $S_n = \frac{55}{8}\left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right) + \frac{n}{2}$

Exercice n°2 :(4pts)

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les nombres : 0 ;0 ;1 ;1 ;1 ;1 ;2 ;2;2
On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

0.75 **1.** Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées.

0.75 **2.a.** Montrer que $p(X=2) = \frac{12}{36}$

2 **2.b.** Copier le tableau ci – contre et le compléter en justifiant la réponse.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 **2.c.**Calculer $E(X)$l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice n°3 :(8.5pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par

$$g(x)=2-\frac{2}{x}+\ln x$$

1.5 **1.** Calculer $g'(x)$ et en déduire que g est croissante sur $]0;+\infty[$

1.25 **2.a.** Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de la fonction g (Le calcul des limites en 0 et en $+\infty$ n'est pas demandé)

1 **2.b.** En déduire le signe de g sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x)=x-1+(x-2)\ln x$$

0.75 **1.** Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$

0.75 **2.** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 **3.a.** Montrer que $f'(x)=g(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$

1.5 **3.b.** Calculer $f(1)$, $f(2)$ et $f(\frac{1}{e})$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$

1 **3.c.** En utilisant le tableau de variations déterminer l'image par f de l'intervalle $\left[\frac{1}{e};2\right]$

Exercice n°4 :(3pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x)=xe^x-2x+1$$

1.5 **1.** En utilisant une intégration par parties montrer que : $\int_0^1 xe^x dx=1$

2. Dans la figure ci-dessous (C_h) est la courbe représentative de h dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1.5 Calculer l'aire de la partie hachurée