

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE  
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION



EXAMEN DU BACCALAURÉAT  
SESSION 2017

Épreuve : **Mathématiques**

Section : **Economie et Gestion**

Durée : 2h

Coefficient : 2

Session de contrôle

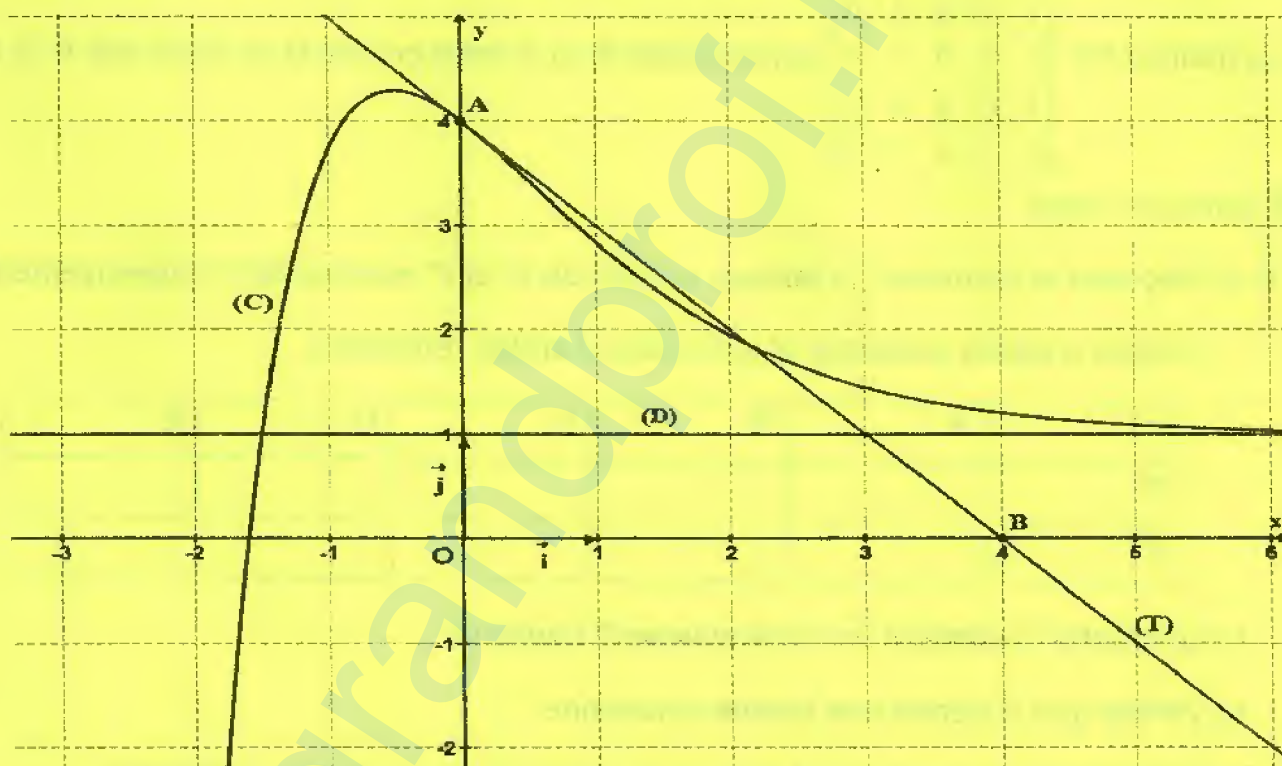
Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

### Exercice 1 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

La courbe (C) ci-dessous est celle d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

- La tangente T à la courbe (C) au point A(0,4) passe par le point B(4,0).
- La droite D d'équation  $y=1$  est une asymptote horizontale à (C) au voisinage de  $+\infty$ .



1) En utilisant les données et le graphique, déterminer :

a)  $f(0)$  et  $f'(0)$ ,

b) Une équation de la tangente (T),

c) La limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ ,

d) Un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire  $\mathcal{A}$ , de la partie du plan

limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$ .

2) On suppose dans la suite que la fonction  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par:

$$f(x) = 1 + (ax + b)e^{-x}, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres réels.}$$

a) Vérifier que  $f'(x) = (-ax + a - b)e^{-x}$ , pour tout réel  $x$ .

b) Montrer alors que  $f(x) = 1 + (2x + 3)e^{-x}$ , pour tout réel  $x$ .

c) Vérifier que la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = x - (2x + 5)e^{-x}$

est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

d) Déterminer alors, en unité d'aire, la valeur exacte de  $\mathcal{A}$ .

### Exercice 2 (5 points)

La matrice  $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  est associée à un graphe orienté  $G$  de sommets  $A, B, C, D$  et

$E$  dans cet ordre.

1) a) Recopier et compléter le tableau suivant où  $d^+$  et  $d^-$  représentent respectivement le nombre d'arêtes sortantes et le nombre d'arêtes entrantes.

	A	B	C	D	E
$d^+$					
$d^-$					

b) Le graphe  $G$  admet-il un cycle eulérien? Expliquer.

c) Vérifier que  $G$  admet une chaîne eulérienne.

d) Représenter le graphe  $G$  et donner un exemple d'une chaîne eulérienne.

2) On donne  $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Combien y a-t-il de chaînes de longueur 2 reliant le sommet  $B$  au sommet  $E$  ?

**Exercice 3 (5 points)**

On donne les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  telles que:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & \frac{29}{2} \\ -\frac{5}{2} & 1 & -11 \\ 2 & -5 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{et } C = A + B$$

- 1) Déterminer la matrice  $C$ .
- 2) a) Calculer le déterminant de la matrice  $A$ . En déduire que  $A$  est inversible.  
b) Justifier que  $C$  est la matrice inverse de  $A$ .

3) Soit dans  $\mathbb{R}^3$  le système  $(S)$  :

$$\begin{cases} 2x + 2y - z + 4 = 0 \\ x + 6y + 4z - 8 = 0 \\ 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$$

- a) Le triplet  $(-2, 1, 2)$  est-il solution de  $(S)$ ? Expliquer.
- b) Montrer que:

$$(a, b, c) \text{ est une solution du système } (S) \text{ si et seulement si } A \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- c) Résoudre alors le système  $(S)$ .

**Exercice 4 (5 points)**

Soit la suite  $U$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} U_0 = 2e, \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n + e), \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

- 1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .
- 2) a) Montrer, par récurrence, que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n > e$ .  
b) Montrer que la suite  $U$  est décroissante.  
c) En déduire que la suite  $U$  est convergente.
- 3) Soit la suite  $V$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n - e$ .  
a) Montrer que  $V$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .  
b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .  
c) Déterminer alors la limite de  $U_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .