REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ●●●●● EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION 2018	**Session de contrôle**	
	Epreuve : **Mathématiques**	Section : ***Economie et Gestion***
	Durée : **2h** ◆	Coefficient de l'épreuve : **2**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

Exercice 1: (4points)

On considère la suite réelle (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n}{1+u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a) Montrer par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a : $1 \leq u_n < 3$.

b) Vérifier que pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(3-u_n)}{1+u_n}$.

c) En déduire le sens de variation de la suite $(U_n)_{n\in N}$.

d) Montrer que la suite $(U_n)_{n\in N}$ est convergente.

2) Soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \dfrac{3-u_n}{u_n}$; pour tout entier naturel n.

a) Montrer que $(V_n)_{n\in N}$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{4}$.

b) Vérifier que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = \dfrac{3}{1+V_n}$.

c) Déterminer alors la limite de la suite $(U_n)_{n\in N}$.

Exercice 2: (5points)

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 et d'une pièce de monnaie.

L'urne U_1 contient 3 boules blanches et 2 boules rouges.

L'urne U_2 contient une boule blanche et 4 boules rouges.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

La pièce de monnaie est truquée de façon que lorsqu'elle est lancée, la probabilité d'obtenir " face" est égale à $\dfrac{3}{4}$.

On considère l'épreuve suivante : On lance la pièce de monnaie

- Si on obtient "pile», on tire une boule de l'urne U_1.
- Si on obtient «face», on tire une boule de l'urne U_2.

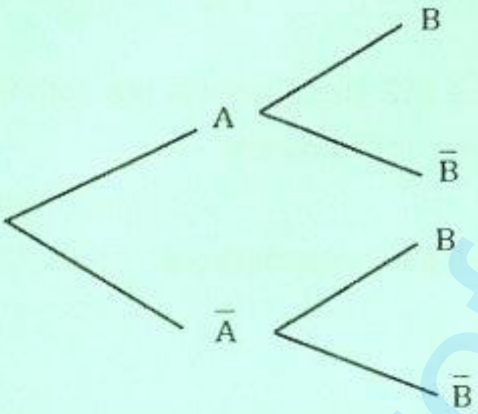
On désigne par A et B les événements suivants :

A : « Obtenir pile ».

B : « obtenir une boule blanche ».

1) a) Calculer P(A).

b) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant décrivant la situation.



2) a) Montrer que $P(B) = \frac{3}{10}$.

b) Quelle est la probabilité d'obtenir" pile», sachant que la boule tirée est blanche ?

3) On répète l'épreuve précédente 5 fois de suite, en remettant à chaque fois, la boule tirée dans son urne d'origine.

On note par X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'épreuves donnant une boule blanche.

a) Calculer la probabilité de l'événement (X= 4).

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

Exercice 3: (5points)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 9,9 & 7,5 & 3,75 \\ 1030 & 780 & 385 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 7900 & -75 & -750 \\ -12900 & 123 & 1020 \\ 5000 & -48 & -60 \end{pmatrix}$.

1) a) Calculer le déterminant de A. En déduire que A est inversible.

b) Calculer $A \times B$.

c) En déduire la matrice inverse A^{-1} de A.

2) Un bijoutier fabrique des bagues de trois types B_1, B_2 et B_3 par l'alliage de l'or pur avec d'autres métaux. Chaque bague fabriquée pèse 5 grammes.

Le tableau suivant indique le pourcentage massique d'or pur et le prix d'une bague pour chaque type.

Type de bague	B_1	B_2	B_3
Pourcentage massique d'or pur	99%	75%	37,5%
Prix d'une bague (en dinars)	1030	780	385

Pendant un mois, le bijoutier a utilisé 312 grammes d'or pur pour fabriquer 100 bagues qu'il les vend avec un total de 64700 dinars.

a) Montrer que la situation se traduit par le système (S): $\begin{cases} 9{,}9x + 7{,}5y + 3{,}75z = 624 \\ 1030x + 780y + 385z = 64700 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$

b) Donner l'écriture matricielle de (S).

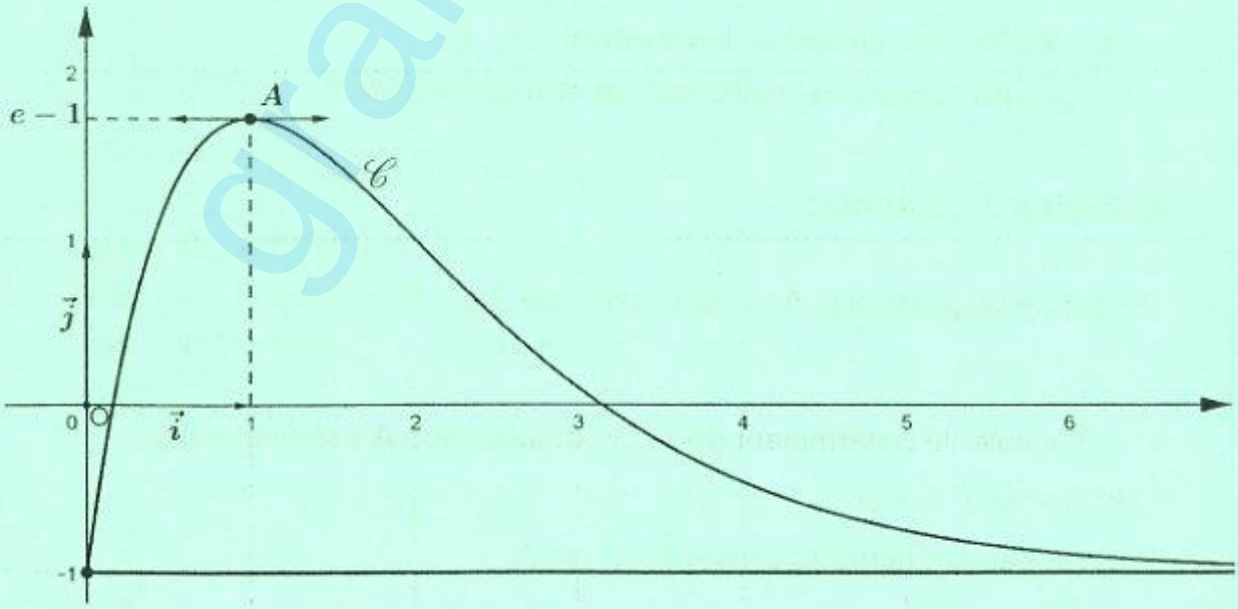
c) Déterminer alors le nombre de bagues fabriquées de chaque type.

Exercice 4: (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

La courbe $\mathscr{C}$ ci- dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur $[0, +\infty[$.

- $\mathscr{C}$ admet au point $A(1\ ;\ e-1)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- La droite d'équation $y = -1$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$.



A) 1) En utilisant les données et le graphique, donner :

a) $f(1)$ et $f'(1)$.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

c) Le nombre de solutions dans $[0,+\infty[$ de l'équation $f(x) = 0$.

d) Le tableau de variations de la fonction f sur $[0,+\infty[$.

2) On admet dans la suite que la fonction f est définie sur $[0,+\infty[$ par :

$f(x) = xe^{2-x} - 1$

a) Montrer que la fonction F définie par : $F(x) = -(x+1)\,e^{2-x} - x$ est une primitive de f sur $[0,+\infty[$.

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ en unités d'aires, de la région du plan délimitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ *et* $x = 3$.

B) Une entreprise vend x en centaines de litres de peinture par jour $(0,5 \le x \le 3)$.

Le bénéfice réalisé en milliers de dinars est égal à $f(x)$.

1) Calculer le bénéfice en dinars réalisé pour la vente de 200 litres.

2) Déterminer la quantité du produit en litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal et préciser ce bénéfice à un dinar près.

3) L'entreprise vend chaque jour une quantité de peinture qui varie entre 50 et 300 litres. Déterminer alors le bénéfice moyen de l'entreprise à un dinar près.