

## الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2015

اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: تقني رياضي المدة: 04 ساعات ونصف

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط			التمرين الأول: (04 نقاط)
	0,5	$z_B = 3\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ ، $z_A = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$ - أ. 1	
	0,5	ب - $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n = e^{\frac{7n\pi}{4}}$ حقيقي معناه $\frac{7n\pi}{4} = k\pi$ وحسب غوص $n = 4k$ حيث $k \in \mathbb{N}$	
	0,5	ج - لدينا: $z = z_A \times 4e^{i\frac{\pi}{12}} = 4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ومنه $ z  = 4\sqrt{2}$ و $\arg(z) = -\frac{\pi}{6}$	
	0,5	$\frac{z}{z_A} = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	
	0,5	د - $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ و $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$	
	0,5	أ. 2. $z_C = -3 + i$ ومنه $z_C - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_A)$	
	0,25	المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .	
	0,25	ب - $z_D = \frac{-z_A + z_B + z_C}{-1+1+1} = -1 + 5i$	
	0,5	ومنه $\overline{CD} = \overline{AB}$ وبالتالي ABDC متوازي أضلاع و ABC متساوي الساقين وقائم في A إذاً فهو مربع .	
04,25 نقطة			التمرين الثاني: (05 نقاط)
	0,5	أ. 1. $\overline{AB}(1; -2; 0) \wedge \overline{AC}(-3; 1; 5)$ ومنه النقط A و B و C تعين مستويًا.	
	0,5	ب - $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ ومنه $\vec{n}(2; 1; 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) .	
	0,25	معادلة (ABC) هي: $2x + y + z - 6 = 0$	
	0,5	أ. 2. معادلة المستوي (P) هي: $x + y - 3z - 1 = 0$	
	0,25	(P) و (ABC) متعامدان لأن $\vec{n} \perp \vec{n}'$ حيث $\vec{n}'(1; 1; -3)$ ومنه $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$	
	0,5	ب - بالتعويض نجد $(\Delta) \subset (ABC)$ و $(\Delta) \subset (P)$	
	0,5	أ. 3. $H(5; -1; -3)$	
	0,5	ب - $d(H; (\Delta)) = d(H; (P)) = \frac{12\sqrt{11}}{11}$	
	0,5	أ. 4. لدينا: $(\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}) \cdot \vec{u} = 0$ تكافئ $\overline{MH} \cdot \vec{u} = 0$ ومنه (P') هو المستوي الذي يشمل النقطة H و $\vec{u}$ شعاع ناظمي له .	
0,25	معادلة (P') هي $4x - 7y - z - 30 = 0$		

تابع للإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2015  
اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: تقني رياضي المدة: 04 ساعات ونصف

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
0,75 نقطة	0,5	ب - $(\mathcal{P}) \cap (ABC) \cap (\mathcal{P}') = (\Delta) \cap (\mathcal{P}') = \{E\}$ ومنه $E\left(\frac{43}{11}; -\frac{23}{11}; \frac{3}{11}\right)$	
	0,25	ج - $d(H; (\Delta)) = EH = \frac{12\sqrt{11}}{11}$	
03,5 نقطة		التمرين الثالث: (03,5 نقطة)	
	01	1. أ - $8^4 \equiv 1[13], 8^3 \equiv 5[13], 8^2 \equiv 12[13], 8^1 \equiv 8[13], 8^0 \equiv 1[13]$ ومنه لكل $k \in \mathbb{N}$ مع $8^{4k+\alpha} \equiv 8^\alpha [13]$ مع $\alpha \in \{0;1;2;3\}$ .	
	0,75	ب - $42 \times 138^{2015} + 2014^{2037} - 3 \equiv 3 \times 5 - 1 - 3 [13]$ ومنه الباقي 11.	
	01	2. أ - $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+1)8^{2n} - (-8)^{2n+3} [13]$ أي $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+1)8^{2n} + 8^{2n} \times 5 [13]$ ومنه $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n} [13]$	
	0,75	ب - $5n+6 \equiv 0 [13]$ لأن $8^{2n}$ أولي مع 13 إذاً $n \equiv 4 [13]$ و $n \in \mathbb{N}$	
04 نقطة		التمرين الرابع: (07,5 نقطة)	
	0,5	1. (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -2} h(x) = +\infty$	
	0,25	2. من أجل كل $x$ من $]-2; +\infty[$ : $h'(x) = \frac{2(x^2+4x+3)}{x+2}$	
	0,25	الدالة $h$ متناقصة تماما على $]-2; -1[$ و متزايدة تماما على $[-1; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة $h$ .	
	0,25	3. لكل $x$ من $]-2; +\infty[$ ، $h(x) \geq 3$ ، ومنه $h(x) > 0$ .	
	0,25	1. (II) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$	
	0,25	$x = -2$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى $(C_f)$ .	
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
	0,5	2. أ - لكل $x$ من المجال $]-2; +\infty[$ : $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$	
	0,25	ب - الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-2; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة $f$ .	
	0,25	3. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ ومنه $(\Delta)$ المستقيم المقارب المائل لـ $(C_f)$ .	
0,5	ب - $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ على $]-2; -1[$ ؛ $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ على $[-1; +\infty[$		

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول	
مجموع	مجزأة			
03,5 نقطة	0,25	$f''(x) = \frac{-6 + 4 \ln(x+2)}{(x+2)^3}$ : ]-2; +∞[ لكل $x$ من المجال	4. أ - لكل $x$ من المجال ]-2; +∞[	
	0,25		$f''(x)$ تتعدم عند $e^{\frac{3}{2}} - 2$ وتغير إشارتها	
	0,25		نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$ : $A\left(e^{\frac{3}{2}} - 2; e^{\frac{3}{2}} + 3e^{\frac{3}{2}} - 1\right)$	
	0,75		ب - رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى $(C_f)$ .	
	0,5	$s = \int_{-1}^1 f(x) dx = \left[ \frac{1}{2}x^2 + x + \ln^2(x+2) \right]_{-1}^1 = (2 + \ln^2 3) \text{ cm}^2$ - ج		
	0,75	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1} = 3$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1} = -3$ . 1 (III)		
	0,25		الدالة $g$ غير قابلة للاشتقاق عند العدد $-1$	
	0,5		2. المنحنى $(C_g)$ يقبل نصف مماسين عند النقطة ذات الإحداثيتين $(-1; 0)$ .	
	0,5		3. $(C_g)$ ينطبق على $(C_f)$ على المجال $[-1; +\infty[$ و $(C_g)$ نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى محور الفواصل على المجال $]-2; -1]$ .	
العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)	
مجموع	مجزأة			
04 نقاط			التمرين الأول: (04 نقاط)	
	0,5		1. أ - الجملة: $(\lambda \in \mathbb{R})$ : $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم $(\Delta)$ .	
	0,5		ب - إحداثيات النقطة $C$ نقطة تقاطع المستقيمين $(D)$ و $(\Delta)$ هي: $(1; 1; 3)$ .	
	0,5		2. $\vec{n} \perp \vec{u}$ و $\vec{n} \perp \vec{v}_{(D)}$ ومنه $\vec{n}(2; -2; -1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$	
	0,5		المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ هي: $2x - 2y - z + 3 = 0$ .	
	0,5		3. أ - المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$ هي: $x + 2y - 2z - 9 = 0$ .	
	0,5		ب - $E \in (\Delta) \cap (\mathcal{Q})$ ومنه $E\left(\frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$	
	0,5		ج - $d(B; (\Delta)) = BE = \sqrt{10}$	
	0,5		د - $S_{BEC} = \frac{1}{2} BE \times CE = 2\sqrt{10} \text{ ua}$	

تابع للإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2015  
اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: تقني رياضي المدة: 04 ساعات ونصف

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
05 نقاط			<b>التمرين الثاني: (05 نقاط)</b>
	0,75		1. $\Delta = 16(\sin^2 \theta - 1) = (4i \cos \theta)^2$ ومنه $z' = 2 \sin \theta + 2i \cos \theta$ ، $z'' = 2 \sin \theta - 2i \cos \theta$
	0,5		2. $z_1 = \sqrt{3} + i = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_2 = \sqrt{3} - i = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$
	0,5		3. أ. $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = i\sqrt{3}$
	0,5		ب. $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث $ABC$ قائم في $A$ .
	0,75		ب. $z_C - z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_A)$ هي صورة $B$ بالتشابه المباشر $S$ الذي مركزه $A$ ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ .
	0,5		ج. $t(B) = D$ تعني $z_D = z_B + z_{AC}$ ومنه $z_D = 3\sqrt{3} - i$
	0,5		$\overline{BD} = \overline{AC}$ والمثلث $ABC$ قائم ومنه الرباعي $ABDC$ مستطيل
	0,5		4. أ. $(\Gamma_1)$ هي الدائرة ذات القطر $[BC]$ باستثناء $B$ .
	0,5		ب. $(\Gamma_2)$ هي المستقيم $(BC)$ باستثناء $B$ .
04 نقاط			<b>التمرين الثالث: (04 نقاط)</b>
	0,5		1. أ. إعادة رسم الشكل وتمثيل الحدود $u_0, u_1, u_2, u_3$ على حامل محور الفواصل
	0,25		ب. التخمين : المتتالية $(u_n)$ متزايدة ومتقاربة
	0,75		2. أ. البرهان بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 \leq u_n < 8$ .
	0,5		ب. لكل عدد طبيعي $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \sqrt{6u_n + 16} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16} + u_n}$
	0,5		ج. المتتالية $(u_n)$ متزايدة على $\mathbb{N}$ .
	0,75		3. أ. نبين أنه لكل $n \in \mathbb{N} : 0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$ .
	0,5		ب. نبين أنه لكل $n \in \mathbb{N} : 0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$
0,25		$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 8$	

تابع للإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2015  
اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: تقني رياضي المدة: 04 ساعات ونصف

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة		
			التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0,5	1. (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$	
	0,25	2. لكل $x$ من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x) = (x+3)e^x$ .	
	0,25	$g'(x) \leq 0$ من أجل $x \in ]-\infty; -3]$ و $g'(x) \geq 0$ من أجل $x \in [-3; +\infty[$	
	0,25	الدالة $g$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -3]$ و متزايدة تماما على المجال $[-3; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة $g$ .	
	0,5	3. $g(0) = 0$ ؛ $g(x) \leq 0$ لكل $x \in ]-\infty; 0]$ و $g(x) \geq 0$ لكل $x \in [0; +\infty[$ .	
	0,5	1. (II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \left[ \frac{2x+3}{x+1} - e^x \right] = -\infty$	
	0,5	2. أ- لكل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = -g(x)$ .	
	0,25	ب- إشارة $f'(x)$ .	
	0,25	جدول تغيرات الدالة $f$ .	
	0,25	ج- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-xe^x - e^x] = 0$ ؛ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$	
	0,5	$(C_f)$ يقع فوق $(\Delta)$ من أجل $x \in ]-\infty; -1[$ ؛ $(C_f)$ يقع تحت $(\Delta)$ من أجل $x \in [-1; +\infty[$ ؛ عند النقطة $A(-1; 1)$ يقطع $(C_f)$ $(\Delta)$ .	
	0,5	3. أ- بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة مرتين.	
	0,5	$f(-1,55) \approx 0,01$ ؛ $f(-1,56) \approx -0,002$ ؛ $f(0,93) \approx -0,03$ ؛ $f(0,92) \approx 0,02$	
	0,75	ب- رسم المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ .	
	0,25	4. أ- إذا $u(x) = xe^x$ إذن $u'(x) = (x+1)e^x$	
	0,5	ب- $A = \int_0^\alpha [2x+3 - f(x)] dx = \alpha e^\alpha u a$	
	0,25	ج- $2,31 < A < 2,36$	