REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◇◇◇◇ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION **2015**	Épreuve : **MATHEMATIQUES**	
	Durée : 3 H	Coefficient : 3
Section : **Sciences de l'informatique**	**Session de contrôle**	

Exercice 1 (4 points)

Répondre par vrai ou faux, en justifiant la réponse :

1) L'inverse de la matrice $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ est $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

2) La matrice $M=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 2 & -4 & 1\\ 3 & -4 & 1\end{pmatrix}$ est inversible.

3) La limite de la suite u définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n=\dfrac{n+(-1)^n}{n}$ est égale à 1.

4) La suite v définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n=f(\frac{1}{n})$, avec $f: x \mapsto f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{x}$,est convergente.

Exercice 2 (6 points)

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{2x}-2e^x$ et soit ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

a) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter géométriquement les résultats obtenus. (On remarquera que pour tout réel x, $f(x)=e^x(e^x-2)$)

b) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f'(x)=2e^x(e^x-1)$.

c) Etudier les variations de f.

2) a) Déterminer le point d'intersection de ($\mathscr{C}$) avec l'axe des abscisses.

b) Construire la courbe ($\mathscr{C}$).

3) a) Soit a un réel strictement négatif. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe ($\mathscr{C}$), les axes du repère et la droite d'équation x = a.

b) Calculer $\lim\limits_{a\to-\infty} \mathscr{A}$.

4) Soit g la restriction de f à $[0,+\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Construire dans le même repère la courbe ($\mathscr{C}$') de la fonction g^{-1} réciproque de g.

c) Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f(x)=(e^x-1)^2-1$.

Exprimer, pour $x\in J$, $g^{-1}(x)$ en fonction de x.

Exercice 3 (5 points)

Soit n un entier naturel, on considère les entiers p= n+5 et q=2n+3 et on note d = PGCD (p,q).

1) a) Calculer 2p – q. En déduire les valeurs possibles de d.

b) Montrer que si p est un multiple de 7 alors q est un multiple de 7.

c) Montrer que p est un multiple de 7 si et seulement si $n \equiv 2[7]$.

2) Montrer que d = 7 si et seulement si $n \equiv 2[7]$.

3) Application : Déterminer d dans chacun des cas suivants,

a) $n = 6^{2014} + 7^{2015}$.

b) $n = 6^{2014} + 8^{2015}$.

Exercice 4 (5 points)

Le tableau suivant donne (en Millions) l'évolution de la population de l'Afrique depuis 1950.

Année	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Population y_i	229	285	366	478	630	808	1031

(Source: ONU 2012)

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage des points $M_i(x_i,y_i)$.

(On prendra pour unités graphiques: 1cm pour chaque rang sur l'axe des abscisses et 1cm pour 100 millions d'habitants sur l'axe des ordonnées).

2) On envisage un ajustement exponentiel de la série (X,Y), pour cela on pose $Z = \ln(Y)$.

Le tableau suivant donne les valeurs de z arrondies au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	229	285	366	478	630	808	1031
$z_i = \ln y_i$	5,43	5,65	5,90	6,17	6,45	6,69	6,94

a) Donner l'arrondi à 10^{-4} près du coefficient de corrélation linéaire de la série (X,Z).

En déduire qu'un ajustement affine de la série (X,Z) est justifié.

b) Déterminer une équation de la droite de régression de z en x.

(Les coefficients seront arrondis au centième).

3) a) Etablir la relation $y = 172{,}43\, e^{0{,}26\,x}$.

b) On suppose que la situation se poursuit selon le même modèle.

Estimer, à l'aide de cet ajustement, la population de l'Afrique (en millions) en 2030.