

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ♦♦♦ EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2013	Epreuve : MATHEMATIQUES
	Durée : 3 H
	Coefficient : 3
Section : Sciences de l'informatique	SESSION DE CONTRÔLE

Exercice 1 (4 points)

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

- 1) $64^{100} \equiv 1[7]$.
- 2) Le reste de la division euclidienne de 9^{2013} par 5 est 1.
- 3) Il existe des couples $(x ; y)$ d'entiers relatifs tels que $4x + 5y = 1$.
- 4) Si a et b sont deux entiers naturels non nuls tels que $a + b = 17$, alors a et b sont premiers entre eux.

Exercice 2 (4 points)

- 1) On considère les matrices $P = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $Q = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 3 & -3 & -6 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Calculer $P \times Q$.

b) En déduire que la matrice P est inversible et que $P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$.

- 2) Une usine fabrique trois modèles de cartes graphiques A, B et C. Pour chaque modèle, elle utilise trois types de circuits C_1 , C_2 et C_3 .

Le tableau ci-dessous donne le nombre de circuits nécessaires pour la fabrication de chaque modèle de cartes :

Modèles \ Types	A	B	C
C_1	5	7	9
C_2	1	2	3
C_3	2	2	3

En une journée, cette usine a utilisé 235 circuits de type C_1 , 65 circuits de type C_2 et 80 circuits de type C_3 pour fabriquer des cartes graphiques des trois modèles A, B et C. Déterminer le nombre de cartes graphiques pour chacun des modèles A, B et C au cours de cette journée.

Exercice 3 (6,5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - e \ln(x)$ où e est le réel tel que $\ln(e) = 1$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{x - e}{x}$.

c) Dresser le tableau de variation de f .

2) a) Montrer que (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de la droite Δ d'équation $y = x$.

b) Etudier la position de (C) par rapport à Δ .

c) Tracer Δ et (C) .

3) a) Justifier que la fonction $F : x \mapsto x \ln(x) - x$ est une primitive de la fonction "ln" sur $]0; +\infty[$.

b) En déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses, la droite Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Exercice 4 (5,5 points)

1) On considère la suite U définie sur \mathbb{N}^* par :

$$U_1 = \frac{1}{2} \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, U_n = U_{n-1} + \frac{1}{n(n+1)}.$$

a) Calculer U_2 et U_3 .

b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $U_n = 1 - \frac{1}{n+1}$.

c) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

2) Soit V la suite définie sur \mathbb{N}^* par $V_1 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $V_{n+1} = e^{\frac{-1}{n(n+1)}} V_n$.

a) Calculer V_2 et V_3 .

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $V_n > 0$.

c) Montrer que la suite V est décroissante et en déduire qu'elle converge.

3) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$, $V_n = e^{-U_{n-1}}$ et en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.